Mathematischer Korrespondenz-zirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

Herr Schulze fährt jeden Tag per Bahn zur Arbeit in die Stadt und kehrt jeden Abend mit demselben Zug zurück, der um 17 Uhr ankommt. Dort am Bahnhof kommt jeden Tag zu genau dieser Zeit auch Herrn Schulzes Chauffeur an, um ihn sofort abzuholen und wieder nach Hause zu fahren.

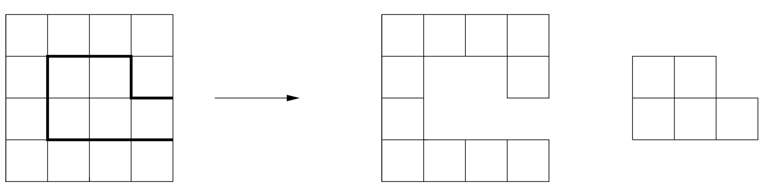
Eines schönen Tages nimmt Herr Schulze nun einen früheren Zug, der schon um 16 Uhr ankommt. Weil er nicht warten will, geht er seinem Chauffeur entgegen und trifft diesen auch unterwegs, steigt ein, fährt mit ihm nach Hause und kommt dort 20 Minuten früher an als gewöhnlich.

Eines anderen schönen Tages nimmt Herr Schulze einen anderen früheren Zug, der um 16.30 Uhr ankommt. Genau wie beim letzten Mal läuft er seinem Chauffeur schon entgegen, trifft ihn, steigt ein und kommt wieder früher als gewöhnlich zu Hause an. Wieviel früher?

(Bemerkung: Es wird natürlich vorausgesetzt, dass sowohl der Chauffeur als auch Herr Schulze stets mit derselben konstanten Geschwindigkeit fahren bzw. laufen.)

Aufgabe 2

Eine Schokoladentafel einer bekannten Marke besteht aus 4×4 quadratischen Stücken. Sie soll unter 16 Personen aufgeteilt werden, so dass jeder genau ein solches Quadrat bekommt. Dazu muss die Schokolade natürlich in die kleinen Teile zerbrochen werden. Dies soll nun folgendermaßen geschehen: Man nimmt <u>einen</u> vorhandenen Teil der Schokolade, der noch aus mehr als einem einzelnen Quadrat besteht, und macht <u>einen</u> beliebigen Schnitt entlang der Quadratkanten, so dass der Teil in zwei Teile auseinanderbricht. Eine Möglichkeit für den ersten Schnitt wäre also folgende:



Für das Auseinanderbrechen hat man nun eine Reihe von Möglichkeiten. Wieviel Schnitte muss man dabei mindestens machen? Man versuche die Antwort zu begründen!

Aufgabe 3

Es gibt Zahlen, die sich nicht ändern, wenn man sie rückwärts liest. So sind zum

Beispiel 52325 und 88 oder natürlich auch 3 solche sogenannten **Spiegelzahlen** oder **Palindrome**. Schreibt man alle Palindrome auf, die kleiner als 150 sind, so sieht die Liste folgendermaßen aus:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99
101, 111, 121, 131, 141

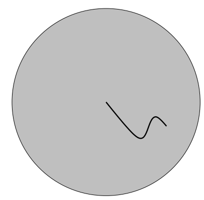
Dies sind genau 23 Stück. Mit $P(N)$ sei nun die Anzahl aller Palindrome bezeichnet, die kleiner oder gleich N sind. Also ist zum Beispiel $P(11) = 10$ und $P(150) = 23$. Man versuche eine Formel für $P(N)$ zu finden und berechne $P(1234567890)$! Außerdem zeige man, dass stets $P(N) > 2\sqrt{N} - 3$ gilt!

Aufgabe 4 — Experimentieraufgabe

Ausrüstung ist diesmal nur Papier und Bleistift.

Familie Wurm (Papa, Mama, Kind) hat ein Problem: die Bettdecke von Kindwurm hat einen Riss, und es muss eine neue angeschafft werden. Die Decke soll natürlich die Eigenschaft haben, dass, egal wie sich Kindwurm mit seiner stolzen Länge von genau einem Meter auch räkelt, Kindwurm mit ihr zugedeckt werden kann.

Eine solche Decke könnte zum Beispiel die Form eines Kreises mit Durchmesser 2 m haben (siehe Bildchen). Denn egal wie Würmchen auch liegt, legt man den Mittelpunkt dieser Decke auf Würmchens eines Ende, so bleibt Wurm vollständig unter der Decke (er ist ja genau einen Meter lang, also so lang wie der Radius der Decke!).



Damit wäre das Problem der Familie Wurm gelöst, wenn nicht Bettdeckenstoff im Wurmland so unglaublich teuer wäre. Langer Rede kurzer Sinn: Familie Wurm will eine Decke mit möglichst kleiner Fläche! Obige Decke hätte nun eine Fläche von ungefähr 3,141593 m^2. Kann man das noch verbessern? Jeder Quadratmillimeter zählt, also lohnt es sich, nach kleineren Decken zu suchen! Man versuche eine möglichst kleine Decke zu finden, die aber immer noch Würmchen in jeder Lage abdeckt!

PS: Eine optimale Lösung ist wohl noch nicht bekannt, allerdings ist es nicht allzu schwer, bessere Decken als obige zu finden.

Einsendetermin ist der 27. März 2000

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3 – 5, 37073 Göttingen