

Aufgabenblatt 100

Aufgabe 1

Wie viele Nullen hat die Zahl

$$(100!)^{100}$$

an ihrem Ende?

Aufgabe 2

Zwei Papierschlangen hängen noch vom Karneval fein säuberlich geringelt in der Luft. Beide wickeln sie sich um dieselbe gedachte senkrechte Mittelachse, beide überwinden mit genau 10 gleichmäßigen Umdrehungen einen Höhenunterschied von einem Meter. (Vergleiche die Abbildung an der Seite.) Die eine hat den Radius 1 cm um die Mittelachse. Die andere ist (würde man die Schlangen gerade auf dem Boden auslegen) genau doppelt so lang wie die erste.

Welchen Radius hat sie?

Aufgabe 3

9 Kugeln rollen in jeweils ganzzahligem Abstand mit konstanter Geschwindigkeit auf einer Kugelbahn. Sie laufen über zwei Fugen, die den Abstand 3 voneinander haben. Man hört, während die Kugeln über die Fugen rollen, genau 16-mal ein Klacken (so, als würden 16 Kugeln mit der gleichen Geschwindigkeit mit jeweils Abstand 1 über eine einzelne Fuge rollen), das vielleicht ab und zu etwas lauter ist.

Wie viele Möglichkeiten gibt es für die räumliche Anordnung der 9 Kugeln?

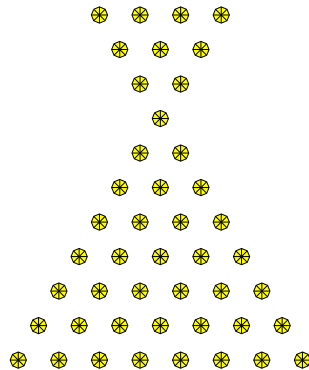
Aufgabe 4

Ein Kloster in einem geheimnisvollen fernöstlichen Land pflegt die Kontemplation. Abends sitzen die Mönche zusammen im Kreis. Der Große Meister legt auf einem Brett zwei an der Spitze aneinandergefügte Dreiecke aus Perlen, die eine Sanduhr darstellen und damit das Verrinnen der Zeit symbolisieren. Die Dreiecke können dabei eine beliebige Größe haben, nur muss die Basislänge jeweils mindestens 2 sein.

Das Brett wird nun reihum gereicht, und der erste Mönch nimmt eine Perle vom Brett, der zweite zwei, der dritte drei usw. Zum Schluss nimmt der Große Meister k Perlen, wenn an dem Abend k Mönche anwesend sind. Wichtige Bedingung: Es dürfen immer nur (eventuell mehrere) ganze Reihen von Perlen genommen werden.

Der Große Meister ist gehalten, die Perlen so aufzulegen, dass die Bedingung eingehalten werden kann; das beste Zeichen für den kommenden Tag ist allerdings, wenn

er am Ende das Brett komplett leerräumen kann. (Im Beispiel geht das für $k = 9$, indem die ersten 8 Mönche jeweils im unteren Bereich eine Zeile nehmen, der Große Meister nimmt dann den Rest.)



Zeige: Wenn sich $5k + 4$ Mönche mit $k \geq 1$ im Kreis befinden, dann kann der Große Meister voll Zuversicht in den nächsten Tag gehen.

Einsendetermin ist der 2. April 2012

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112