

Aufgabenblatt 104

Aufgabe 1

Finde alle positiven ganzen Zahlen, die um 3 größer sind als die Summe ihrer Ziffernquadrate. (Ein Beispiel ist $n = 13$, denn es ist $1^2 + 3^2 + 3 = 13$.)

Aufgabe 2

Ein Rommé-Blatt ohne Joker hat genau 104 Karten – von der 2 bis zum As kommt jeder Wert in jeder der vier Farben doppelt vor.

Wenn man aus diesen 104 Karten vier Karten zufällig zieht, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Farbe mindestens dreimal und gleichzeitig ein Wert mindestens dreimal vorkommt?

Aufgabe 3

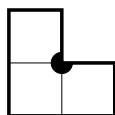
Bestimme alle Lösungen des folgenden Gleichungssystems, bei denen x , y und z ganze Zahlen sind:

$$2x + 3y = 4 \tag{1}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{z}{4}. \tag{2}$$

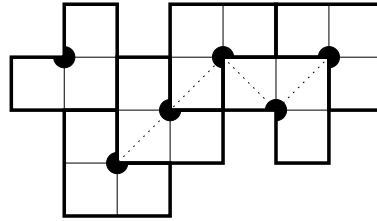
Aufgabe 4

Klara hat vor sich ein unendlich ausgedehntes Quadratgitter liegen. Sie belegt es mit Plättchen, die aus drei in L-Form aneinandergelegten Quadraten bestehen. Diese Plättchen sollen immer auch genau drei Quadrate des Gitters belegen. In jedem Plättchen ist zudem ein Punkt besonders ausgezeichnet, nämlich derjenige, an dem alle drei Quadrate zusammenkommen. Er heiße *Mittelpunkt* des Plättchens.



Klara stellt sich nun folgende Aufgabe: Sie will einige solche Plättchen überschneidungsfrei auf das Feld legen. Danach will sie zu dieser Plättchenbelegung einen Streckenzug aus Plättchenmittelpunkten finden, der nur aus einzelnen Quadratdiagonalen besteht. Dieser Streckenzug soll zudem geschlossen sein (also bildlich gesprochen im Kreis verlaufen) und eine bestimmte Länge n haben.

Hierzu als Beispiel ein *nicht geschlossener* Streckenzug aus vier Strecken. Der linke obere Plättchenmittelpunkt kann nicht mit den anderen verbunden werden, weil er mehr als eine Diagonale von ihnen entfernt ist.



Bestimme alle Zahlen n , für die Klara einen geschlossenen Streckenzug der Länge n konstruieren kann.

Einsendetermin ist der 29. Oktober 2012

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112