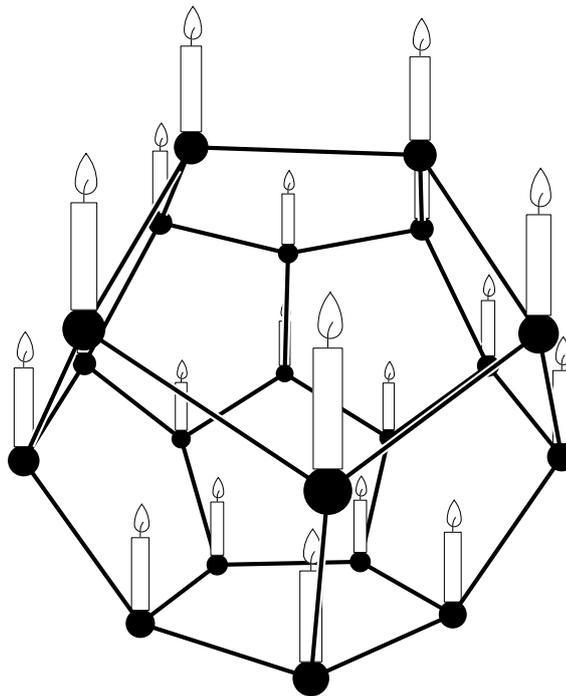


## Aufgabenblatt 105

### Aufgabe 1

Alva liebt Adventskalender. Aber sie hat keine Lust, die Türen von 1 bis 24 in der normalen Reihenfolge zu öffnen. Daher würfelt sie jeden Tag mit einem „Würfel“ mit 24 Flächen eine Zahl  $k$  von 1 bis 24 aus. Sie öffnet dann das  $k$ -te noch verschlossene Türchen. Sollte sie beim Zählen über die Tür Nummer 24 hinauskommen, fängt sie vorne wieder an.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird sie am Heiligabend das Türchen mit der Nummer 24 öffnen? Und mit welcher Wahrscheinlichkeit die Tür mit der Nummer 1?



### Aufgabe 2

Ein Dodekaeder hat 20 Ecken. Zeige, dass man aus diesen 20 Ecken fünf disjunkte Teilmengen aus jeweils vier Ecken bilden kann, die die Ecken eines regelmäßigen Tetraeders bilden. Färbe nun die Ecken jedes Tetraeders mit derselben Farbe ein; aber jedes Tetraeder soll eine andere Farbe bekommen. Zeige, dass jedes Fünfeck des Dodekaeders auf diese Weise fünf verschiedenfarbige Ecken bekommt. Wie viele verschiedene Färbungsvarianten kommen bei den zwölf Fünfecken vor?

### Aufgabe 3

Der Punkt  $M$  liege auf dem Ursprung  $(0, 0)$  eines rechtwinkligen, 2-dimensionalen Koordinatensystems. Der Punkt  $A$  bewege sich beliebig auf der Geraden  $y = 1$ . Auf welchen Kurven bewegen sich die Punkte  $B$ ,  $C$  und  $D$ , die jeweils so liegen, dass  $ABCD$  ein Quadrat mit Mittelpunkt  $M$  ist? Auf welchen Kurven bewegen sich die Punkte  $B'$  und  $D'$ , die jeweils so liegen, dass  $AB'MD'$  ein Quadrat ist?

### Aufgabe 4

Der Nikolaus ist stolz auf seinen neuen Schlitten. Ganze 105 Tage hat er daran gearbeitet! Besonders stolz ist er auf die vielen Glocken. Am  $n$ -ten Tag ( $n = 1, \dots, 105$ ) der Arbeit am Schlitten hat er nämlich jeweils genau  $\text{ggT}(n, 105)$  Glocken befestigt.

Wie viele Glocken hängen insgesamt am Schlitten?

**Das Korrespondenzzirkelteam wünscht eine schöne  
(Vor-)Weihnachtszeit!**

---

**Einsendetermin ist der 7. Januar 2013**

Mathematisches Institut  
Mathematischer Korrespondenzzirkel  
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

---

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : [zirkel@math.uni-goettingen.de](mailto:zirkel@math.uni-goettingen.de)