

Aufgabenblatt 106

Aufgabe 1

Die noch sehr kleine Helene entdeckt, dass man mit Fingern zählen kann. Zunächst streckt sie einfach für jede neue Zahl einen weiteren Finger, so dass sie von 0 bis 10 zählen kann. Schnell aber ist ihr das zu wenig. Daher macht sie aus dem Zählen ein kleines Spiel: Sie hält beide Hände halboffen vor sich, anfangs sind alle Finger krumm. Wenn Helene nun um eins weiterzählen will, stubst sie mit ihrem linken Daumen den Zeigefinger an. Ist der in diesem Moment krumm, streckt er sich einfach. Ist er aber gerade, so gibt er den Stubs weiter nach rechts und krümmt sich. Die nach rechts folgenden Finger tun es ihm gleich, so dass sich eine Kette von Stubsern ergibt, bis sich ein krummer Finger streckt.

Bis zu welcher Zahl kann Helene auf ihre Art zählen?

Aufgabe 2

Ein Pastor zählt mit besorgter Miene die kärgliche, nur aus Münzen bestehende Kollekte des sonntäglichen Gottesdienstes. Ein Freund will ihn aufmuntern: „Na, für den guten Zweck wird doch hoffentlich noch etwas zusammengekommen sein? – Pass auf, wenn es nicht möglich ist, höchstens fünf Prozent der Münzen so auszuwählen, dass sie zusammen mindestens neunzig Prozent des Kollektenwertes ergeben, dann machen wir daraus so etwas wie das Gegenteil, dann nämlich stocke ich die Kollekte so auf, dass es von allen darin bereits vorkommenden Münzen gleich viele gibt!“

Missmutig hebt der Pastor ein Fünf-Cent-Stück auf, das ihm heruntergefallen war. Er zählt zu Ende: „20,13 Euro.“ Und plötzlich hellt sich seine Miene auf . . .

Zeige, dass der Freund garantiert etwas bezahlen muss! Wie viel ist es maximal?

Aufgabe 3

Eine natürliche Zahl n heiße *kleinteilig* zum Faktor f , wenn sie im Dezimalsystem keine Ziffer Null hat, wenn $f \cdot n$ die gleiche Stellenanzahl wie n hat und dabei an jeder Stelle eine größere Ziffer als n aufweist. Beispielsweise ist 16 kleinteilig zum Faktor 3, weil $3 \cdot 16 = 48$ ist und $1 < 4$ sowie $6 < 8$ gilt.

Finde die kleinste kleinteilige Zahl zum Faktor 8, die eine Ziffer 5 hat!

Aufgabe 4

Ein Dreieck heiße *dickflächig*, wenn die Maßzahl seines Flächeninhalts größer als die Maßzahl seines Umfangs ist.

Finde alle dickflächigen Dreiecke, deren Eckpunkte ganzzahlige Koordinaten aus dem Intervall $[0, 7]$ haben!

Einsendetermin ist der 25. Februar 2013

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de