

## Aufgabenblatt 108

### Aufgabe 1

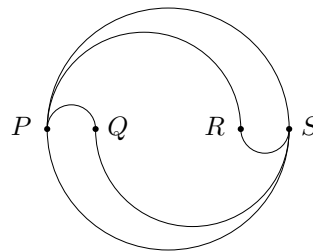
Bestimme die kleinsten positiven ganzen Zahlen  $a$ ,  $b$  und  $c$ , die die Gleichung

$$3a^3 = 4b^4 = 5c^5$$

erfüllen.

### Aufgabe 2

In der nachfolgenden Figur sollen die Punkte  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  und  $S$  in dieser Reihenfolge auf einer Strecke liegen. Zwischen einigen Paaren dieser Punkte sind Halbkreisbögen so aufgespannt, wie es hier zu sehen ist:



Dabei soll immer  $|PS| = 2$  und  $|PQ| = |RS|$  gelten. Nun glauben wir, dass eine solche Figur als besonders harmonisch empfunden wird, wenn die drei entstandenen Flächen gleich groß sind. Welchen Abstand haben dann die Punkte  $Q$  und  $R$  voneinander?

### Aufgabe 3

Torben ist von einer kleinen Radtour zurück. Seine Mutter fragt ihn, wo er denn diesmal überall war. Torben antwortet: „Du weißt doch, wie ich gerne fahre: Wenn ich nicht in Auenweiler an der Flöme war, dann fahre ich auch nie nach Blomhausen an der Flöme. (Das ist da, wo es die guten Erdbeeren gibt.) Sollte ich nicht nach Cistringen fahren, dann fahre ich aber zumindest nach Dettelsbrunn an der Gruhnau. Wenn ich allerdings den malerischen Anblick von Cistringen am Zusammenfluss von Flöme und Gruhnau genossen habe, treibt es mich immer durch die Schlucht nach Eisendorf an der Gruhnau. Nie fahre ich sowohl nach Blomhausen als auch nach Dettelsbrunn, und andere als die fünf genannten Orte besuche ich nicht. Heute war ich übrigens in einer gleichen Anzahl an Orten an der Flöme wie an der Gruhnau.“

Wo war Torben garantiert, wo war Torben mit Sicherheit nicht?

#### Aufgabe 4

Das Haus von Familie Kubiki hat Würfelform. Es hat sogar genau 27 gleich große, würfelförmige Zimmer. Sie sind teilweise waagrecht und/oder senkrecht (durch enge Wendeltreppen) miteinander verbunden.

Herr Kubiki erzählt ein wenig über den Aufbau des Hauses: „Vordereingang und Gartentür sind einander genau gegenüberliegend an je einer Ecke des Hauses, die beiden Zimmer dahinter führen zu je genau einem weiteren Zimmer. Alle anderen Zimmer sind mit je genau zwei oder drei weiteren Zimmern verbunden.

Es gibt außerdem genau drei Möglichkeiten, durch das Haus von vorne bis zum Garten zu gehen, ohne ein Zimmer doppelt zu betreten. Dabei führt jeder der Wege durch drei verschiedene Zimmer der oberen Etage, und jedes Zimmer liegt auf mindestens einem der Wege. Und die drei Wege sind gleich lang.“

Diese Schilderung beschreibt den Aufbau von Herrn Kubikis Haus noch nicht eindeutig; unsere Aufgabe lautet: Finde *einen* möglichen Aufbau des Hauses, der der Beschreibung entspricht!

---

**Einsendetermin ist der 27. Mai 2013**

Mathematisches Institut  
Mathematischer Korrespondenzzirkel  
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

---

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : [zirkel@math.uni-goettingen.de](mailto:zirkel@math.uni-goettingen.de)