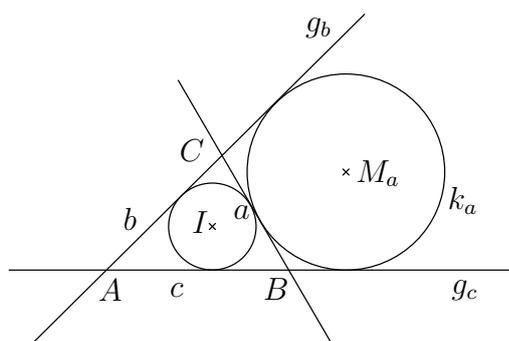


## Aufgabenblatt 109

### Aufgabe 1

Gegeben sei ein Dreieck  $ABC$  mit der üblichen Bezeichnung  $a, b, c$  für die Seiten. Die Seiten seien über die Eckpunkte hinaus zu Geraden  $g_a, g_b$  und  $g_c$  verlängert.

Der *Ankreis* zum Dreieck  $ABC$  an der Seite  $a$  ist derjenige Kreis  $k_a$ , der  $a$  von außerhalb des Dreiecks und zudem die Geraden  $g_b$  und  $g_c$  berührt, siehe Abbildung. Er ist ebenso wie der Inkreis eindeutig definiert.



Es seien  $I$  der Inkreismittelpunkt und  $M_a$  der Mittelpunkt von  $k_a$ .

Zeige: Die Punkte  $I, B, M_a$  und  $C$  liegen auf einem Kreis.

### Aufgabe 2

Ein paar Tage vor Ende der Ferien machen Anna und Jessica Kassensturz, wie viel Abkühlung sie sich noch leisten können. Die lange Wärme hat Tribut gefordert . . . Anna zeigt ihr Geld und stellt fest: „Ich könnte noch einmal ins Schwimmbad gehen und acht Kugeln Eis kaufen, dann hätte ich noch 70 Cent übrig und könnte nichts mehr machen.“ Jessica zählt ihr Geld und meint: „Ich könnte es auch so machen, dass ich 70 Cent übrig habe. Aber ich denke eher daran, zweimal ins Schwimmbad zu gehen und fünf Kugeln Eis kaufen. Dann hätte ich noch 40 Cent übrig. – Wenn wir unser Geld zusammenlegen, könnten wir es vielleicht etwas besser nutzen. Zum Beispiel könnten wir viermal ins Schwimmbad gehen und neun Kugeln Eis kaufen. Dann hätten wir 50 Cent übrig.“

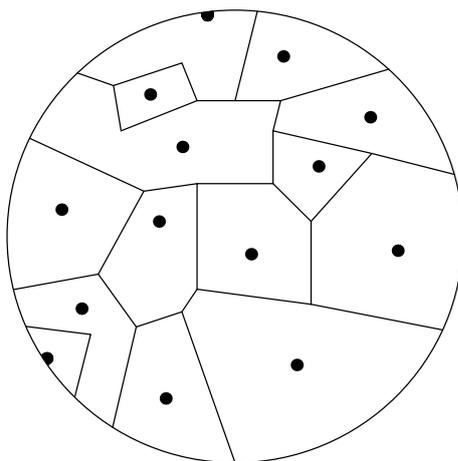
Wie viel kostet eine Kugel Eis, wie viel der Eintritt ins Schwimmbad?

### Aufgabe 3

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahl 109 als Summe von genau 4 paarweise verschiedenen positiven ganzen Zahlen  $a < b < c < d$  darzustellen?

#### Aufgabe 4

Wir sehen hier den Staat Zirkulanien mit seinen vierzehn Bundesländern und deren Hauptstädten. Der Präsident des Staates findet, dass es zu wenig Kontakt unter den Bundesländern gibt, denn von einem echten Kontakt kann man, wie er feststellt, nur dann sprechen, wenn zwei Länder eine gemeinsame Grenze haben. In einer lauen Sommernacht malt sich der Präsident aus, ob man nicht die Grenzen innerhalb des Staates so verändern kann, dass es mehr Kontakte gibt. Die Hauptstädte sollen dabei nicht verändert werden, aber sämtliche anderen Grenzen könnte man beliebig verändern, solange das Gebiet jedes Landes zusammenhängend bleibt.



Derzeit gibt es, wie man einfach nachzählen kann, 25 Kontakte. Wie viele können es maximal sein?

---

**Einsendetermin ist der 23. September 2013**

Mathematisches Institut  
Mathematischer Korrespondenzzirkel  
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

---

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : [zirkel@math.uni-goettingen.de](mailto:zirkel@math.uni-goettingen.de)