

Aufgabenblatt 110

Aufgabe 1

Ausgehend vom Beispiel

$$2 \cdot 55 = 110$$

suchen wir Paare (x, y) von positiven ganzen Zahlen mit folgenden Eigenschaften: x ist eine einstellige Zahl, y eine zweistellige mit zwei gleichen Ziffern, und das Produkt $x \cdot y$ ist eine dreistellige Zahl, die höchstens zwei verschiedene Ziffern hat.

Wie viele solcher Paare (x, y) gibt es?

Aufgabe 2

Welchen Durchmesser muss eine Kugel haben, damit die Maßzahl ihrer Oberfläche gleich der Maßzahl ihres Volumeninhalts ist?

Welche Kantenlänge muss dagegen ein Würfel haben, damit die Maßzahlen von Oberfläche und Volumen gleich sind? Und ein Tetraeder?

Aufgabe 3

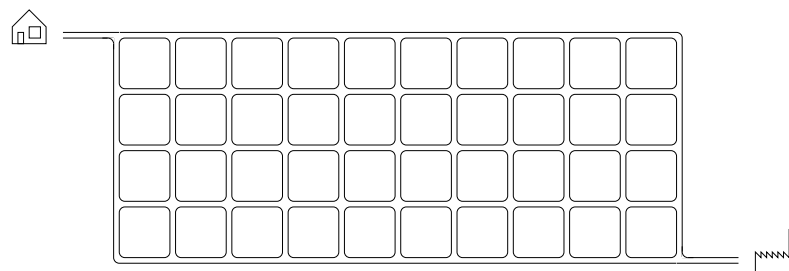
Es seien a , b und c positive ganze Zahlen mit der Eigenschaft

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201300002014.$$

Zeige, dass $n = a \cdot b \cdot c$ durch wenigstens eine der Zahlen 8, 12, 18 oder 27 teilbar ist, aber nicht durch alle.

Aufgabe 4

In Neu-Buxtehude wird Firmenchef Tischbein jeden Morgen von seinem Chauffeur Variabulo auf einem kürzestmöglichen Weg von der Villa in der Nordwestecke der Stadt zur Fabrik in der Südostecke gefahren.



Variabulo fährt dabei immer wieder einen anderen Weg – er hat schließlich $\binom{14}{4} = 1001$ verschiedene Möglichkeiten. Und erst wenn er alle einmal gefahren ist, fährt er eine Route zum zweiten Mal.

Tischbein ist das dann doch zu viel Abwechslung. Er könnte seinen Chauffeur entweder bitten, einen bestimmten Straßenabschnitt zwischen zwei Kreuzungen nicht mehr zu benutzen, oder er könnte ihn bitten, pro Fahrt nur noch höchstens siebenmal abzubiegen. Welche Maßnahme zeigt größere Wirkung?

Einsendetermin ist der 22. April 2014

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de