athematischer
orrespondenz-
zirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 114 (ab Klasse 9)

Aufgabe 1

Indem wir ein Blatt Papier zweimal falten, können wir eine seiner Seiten vierteln. Um einen Brief zu verschicken, möchten wir aber oft wissen, wo ein Drittel der Seitenlänge liegt. Ist es ebenfalls möglich, dies exakt und ohne Abmessen herauszufinden?

Zusatzfrage: Da ein stark zerknickter Briefbogen zwar für das mathematische Auge interessant, für den praktischen Gebrauch jedoch ungeeignet ist, suchen wir nach einer Konstruktion, die mit möglichst wenigen Knicken auskommt.

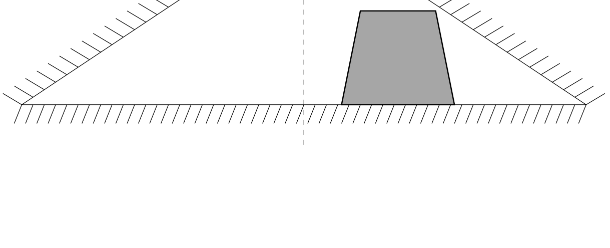
Aufgabe 2

Der Maulwurf Tom lebt in New York City auf bzw. unter einer Straßenkreuzung, und zwar in einem Bereich, wo die Straßen ein exaktes Quadratgitter bilden. Daher werden die Straßenkreuzungen einfach durch ein Paar ganzzahliger Koordinaten beschrieben. Tom lebt unter dem Punkt $O = (0, 0)$. Nun möchte er sich mit einem Freund treffen, der unter einer anderen Straßenkreuzung $K = (r, s)$ lebt. Damit keiner auf den anderen warten muss, ist unter Maulwürfen das folgende Verfahren üblich: Sie machen sich gleichzeitig auf den Weg, das heißt, sie graben sich erst genügend tief hinunter und treffen sich dann an einem Ort, der gleich weit von O und K entfernt ist.

Gerne graben sich die Freunde auch mal nach oben durch und schauen kurz auf die dortige Straßenkreuzung – wenn denn dort überhaupt eine ist. Unter welchen Umständen (also: bei welchen Eigenschaften von r und s) ist es möglich, dass sich die beiden Freunde unter einer Straßenkreuzung treffen?

Aufgabe 3

Traudels Trapez-Transportgesellschaft hat nur Lastwagen mit symmetrisch-trapezförmigem Querschnitt. Diese sollen durch einen Tunnel fahren, dessen Querschnitt ein gleichschenkliges Dreieck mit einer Fläche von $48\,\mathrm{m}^2$ ist. Dabei dürfen sie natürlich nur auf der rechten Hälfte fahren. Wie groß ist der maximale Querschnitt eines solchen Lastwagens?



Aufgabe 4

Konstantin möchte seine Freundin Annabell, die auf der anderen Seite der Stadt wohnt, mit der Straßenbahn besuchen. Er wohnt 1 km von der Haltestelle entfernt und geht mit 4 km/h. Leider hat er vor Aufregung den Fahrplan der Straßenbahnlinie vergessen, nur noch an den Takt von 15 Minuten kann er sich entsinnen. Auf seinem Weg zur Straßenbahn sieht er, wenn die Straßenbahn in die von ihm gewünschte Richtung abfährt, er sie also nicht mehr erreicht. Nun fragt er sich, ob und wo auf dem Weg es sich lohnt, mit einer Geschwindigkeit von 8 km/h zu rennen. Hat er einmal angefangen zu rennen, so hört er erst wieder auf, wenn er die Haltestelle erreicht hat oder wenn er die Straßenbahn abfahren sieht. Er weiß jedoch, dass er für jede gerannte Minute bei Annabell 2 Minuten verschnaufen muss, ehe sie anfangen können, gemeinsam zu spielen. Natürlich möchte er den Weg so zurücklegen, dass er die Aussicht hat, möglichst viel nutzbare Zeit bei Annabell zu gewinnen. Mathematisch präziser ausgedrückt: Er möchte den *Erwartungswert* der mit Annabell nutzbaren Zeit maximieren. Wo auf seinem Weg sollte er dazu mit dem Rennen anfangen?

Einsendetermin ist der 20. Juni 2016

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen
