

Aufgabenblatt 115 (Klasse 5–8)

Aufgabe 1

Anton spielt mit seinem Großvater oft Karten. Das Spielblatt besteht dabei wie üblich aus 32 Karten. Anfangs mischt Anton den Kartenstapel, indem er jedes Mal die 4 oberen Karten nimmt und sie oben auf einen neuen Stapel legt. Ist der alte Stapel leer, fängt er mit dem neuen Stapel wieder von vorne an. Nachdem er dies einige Male gemacht hat, stellt er fest, dass die Karten wieder in der gleichen Reihenfolge liegen wie zu Beginn. Wie oft muss Anton mindestens gemischt haben?

Um mit einem möglichst gut gemischtem Blatt zu spielen, schlägt sein Großvater vor, abwechselnd 3 und 5 Karten zu nehmen. Warum werden die Karten damit besser gemischt und wie viele Schritte dauert es nun, bis die Karten wieder wie zu Beginn angeordnet sind?

Aufgabe 2

Mit Zahlenkarten hat der zahlenvernarrte Adalbert seine zwei vierstelligen teilerfremden Lieblingszahlen an einem Regal befestigt. Dummerweise kommt Chlodwig in Adalberts Abwesenheit an das Regal und vier der Zahlenkarten fallen zu Boden. Dies sind die Karten mit den Ziffern $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{4}$ und $\boxed{5}$, während auf Adalberts Regal mit den verbliebenen Zahlenkarten noch die Anordnungen $\boxed{3}\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$ und $\boxed{6}\boxed{9}\boxed{}\boxed{}$ zu erkennen sind. Was sind seine Lieblingszahlen?

Aufgabe 3

Um einen besseren Überblick über die Abfahrtszeiten der Straßenbahnen zu bekommen, wünscht sich Annabell eine Uhr als Belohnung für ihr gutes Zeugnis. Weil Annabells Noten leider doch nicht die besten waren, bekommt sie von ihren Eltern nur einen Teil ihres Traums, eine perfekt rotationssymmetrische Uhr mit Minuten- und Stundenzeiger. Das Ziffernblatt gibt es erst zum nächsten Zeugnis. Sie kann also nicht erkennen, wo auf ihrer Uhr oben ist. Am Anfang der Ferien besucht sie ihren Cousin Richard, der nichts für sein Zeugnis bekommen hat. Natürlich verpasst sie dabei ihre Straßenbahn. In einem ausgedehnten Gespräch kommt den beiden jedoch eine Idee, wie Annabell die aktuelle Zeit an ihrer Uhr ablesen kann, wenn sie nur häufig genug auf ihre Uhr schaut. Etwas später am Abend erinnert sich Richard an eine Uhr, die sein Vater von einem leicht verrückten Jugendfreund zur Hochzeit geschenkt bekommen hat. Der einzige Unterschied zu Annabells Uhr ist, dass sich (allein) der Stundenzeiger bei dieser Uhr entgegen dem Uhrzeigersinn bewegt; wieder lässt sich nicht entscheiden, wo an der Uhr oben ist.

Wie genau lässt sich die aktuelle Uhrzeit bestimmen, wenn beide Uhren zur Verfügung stehen? Dabei dürfen sie sich keine Stelle auf oder an den Uhren markieren oder sich die Rotation der Uhren zwischen zwei Zeitmessungen merken.

Aufgabe 4

Der große Zahlen-Zauberer Zacharias begeistert seine Zuschauer mit folgendem Trick:

Er beginnt mit einer n -stelligen Zahl N und schreibt sie ohne ihre erste Ziffer auf eine große Tafel. Darunter schreibt er wieder die Zahl N , diesmal ohne ihre zweite Ziffer. Dies führt er so lange fort, bis auf der Tafel genau n jeweils $(n - 1)$ -stellige Zahlen stehen. Nun lässt er seinen Zauberstab über der Tafel kreisen und rechnet dabei die Summe der n Zahlen aus.

Ein Raunen geht durch das Publikum: Die Summe ist wieder genau die Zahl N .

Finde die kleinst- und die größtmögliche Zahl N , mit der dieser Trick funktioniert.

Einsendetermin ist der 22. August 2016

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de