

Aufgabenblatt 117 (ab Klasse 9)

Aufgabe 1

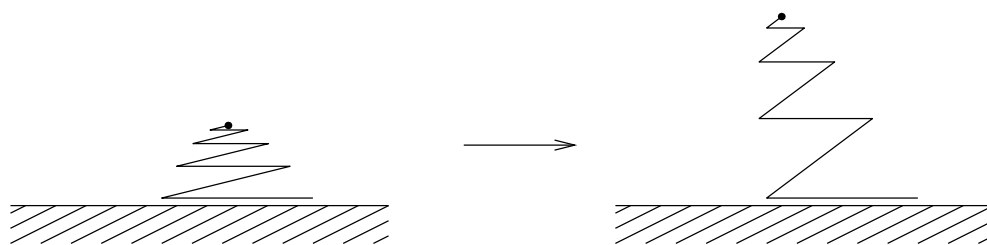
Wir beginnen mit einer beliebigen dreistelligen Zahl, bei der die erste und letzte Ziffer nicht gleich sind. Dazu bilden wir die ebenfalls dreistellige Zahl, die die Ziffern in umgekehrter Reihenfolge enthält, und ziehen die kleinere der beiden von der größeren ab. Diesen Schritt wiederholen wir. Erhalten wir eine zweistellige Zahl als Ergebnis, wird diese durch eine 0 zu einer dreistelligen Zahl ergänzt.

Zum Beispiel bilden wir aus der 435 die Zahl 534 und nach einem Schritt die Differenz $534 - 435 = 99$. Im nächsten Schritt bilden wir daraus die Zahl 990 und erhalten als Ergebnis nach zwei Schritten die Differenz $990 - 99 = 891$.

- Zeige, dass das Ergebnis nach zwei Schritten immer ungerade ist.
- Zeige, dass das Ergebnis nach 117 Schritten identisch mit dem Ergebnis nach 2017 Schritten ist.

Aufgabe 2

Markus hat ein Faltblatt in seinen Händen, das im zusammengelegten Zustand im Zick-Zack-Verfahren mehrfach gefaltet ist. Die Teilblätter sind dabei unterschiedlich breit: Das n -te Blatt ist immer n -mal so breit wie das erste Teilblatt. Insgesamt gibt es acht Teilblätter. Andreas will das Faltblatt in besonderer Weise aufklappen: Das letzte (gleich achte) Teilblatt soll fest auf dem Tisch liegen bleiben; das zweite, vierte und sechste Teilblatt sollen immer zur Tischfläche, also zum letzten Teilblatt parallel sein und das erste, dritte, fünfte und siebte Teilblatt sollen ebenfalls parallel zueinander sein – vergleiche die Abbildung, auf der die Situation von der vorderen Seite betrachtet wird:



Markus fasst das Faltblatt mit seinem linken Daumen an der vorderen unteren Ecke des ersten Teilblattes an. Welche Bahn beschreibt der Daumen, wenn er auf die beschriebene Art das Faltblatt komplett auffaltet?

Aufgabe 3

Konstantin ist zu Besuch bei der Familie seiner Tante Anne und seines Onkels Baldur. Während die beiden Erwachsenen den Kuchen und die Schlagsahne vorbereiten, unterhält sich Konstantin mit seiner Cousine Clara und seinem Cousin David.

Clara, die sich einen Spaß daraus zu machen scheint, Konstantin mit mathematischen Rätseln auf die Probe zu stellen, erzählt ihm: „Wenn man das Alter meiner Mutter verdoppelt und zu dem Dreifachen des Alters meines Vaters addiert, erhält man die Summe aus dem Siebenfachen meines Alters und dem Achtfachen des Alters meines Bruders. Noch viel bemerkenswerter ist jedoch, dass meine Mutter exakt die gleiche Zeit vor meinem Vater geboren ist wie mein Bruder nach mir.“

Kurz bevor es den Kuchen gibt, fügt sie noch hinzu: „Und wenn man zum Produkt des Alters meiner Eltern 962 addiert, so ist dies nicht größer als das Fünffache des Produkts des Alters von David und mir, zu dem man das 60-Fache meines Alters und das 64-Fache des Alters von David addiert hat.“

Kann Konstantin mit diesen Informationen herausfinden, wie alt die Mitglieder der Familie seines Onkels sind?

Aufgabe 4

Im Meer wurde eine Insel aufgeschüttet, um dort eine Feriensiedlung zu errichten. Die bebaubare Grundfläche besteht aus einem Quadrat von $n \times n$ Grundstücken. Natürlich möchte jeder, der auf der Insel seinen Urlaub verbringt, einen Blick zum Meer haben. Von jedem Ferienhaus muss also in eine der vier Richtungen der Blick frei und nicht durch andere Häuser verdeckt sein.

Wie viele Häuser können unter diesen Bedingungen auf der Insel gebaut werden?

Zusatzfrage: Das Bauunternehmen expandiert und möchte jetzt ein würfelförmiges Weltraumhotel der Seitenlänge n für Weltraumtouristen errichten. Wie viele Wohneinheiten (Würfel der Seitenlänge 1 in dem Raster des Hotels) können in diesem Fall gebaut werden, wenn jeder Urlauber in mindestens eine der sechs Richtungen den freien Blick in die Tiefe des Alls genießen können soll?

Einsendetermin ist der 12. Juni 2017

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de