Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 118 (ab Klasse 9) — Ferienblatt —

Aufgabe 1

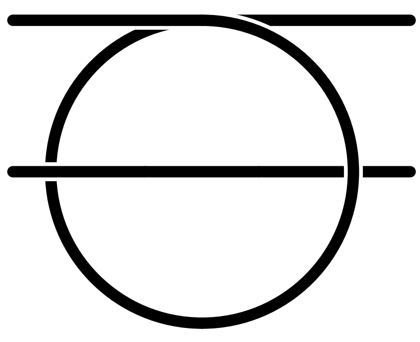
In Annabells und Konstantins Heimatstädtchen gibt es zwei Straßenbahnbesichtigungstouren für Touristen. Beide der Strecken sind kreisförmig, eine Fahrt mit der Linie $\mathcal{A}$ dauert 17 Minuten und die Linie $\mathcal{B}$ benötigt 42 Minuten für eine Rundfahrt. Dabei ist jeweils eine Minute Verweilzeit an dem Umsteigebahnhof, den sich beide Strecken teilen, mit einberechnet.

Da sich das Touristenaufgebot der kleinen Stadt in Grenzen hält, fährt auf jeder der beiden Strecken nur eine Straßenbahn und am Bahnhof kann nur eine Straßenbahn gleichzeitig halten; im Zweifelsfall muss die andere Straßenbahn eine Minute warten. Zur Einhaltung eines geordneten Fahrplans dürfen die Bahnen den Bahnhof nur zu jeder vollen Minute verlassen.

Um über eine längere Zeit möglichst viele Straßenbahnabfahrten zu erreichen, haben die Verkehrsbetriebe eine Jahreskarte für denjenigen ausgelobt, der eine begründete Strategie liefern kann, welche der beiden Straßenbahnen im Zweifelsfall vor der Einfahrt in den Bahnhof warten muss, um im Mittel die Abfahrtfrequenz beider Linien zusammen zu maximieren.
Kannst du eine solche Strategie finden? Gibt es ein allgemeineres Kriterium für Fahrtzeiten von a und b Minuten?

Aufgabe 2

Ferienzeit – Badezeit! Für ein besonderes Badeerlebnis plant das Freibad, zwei neue Wasserrutschen zu bauen. Eine davon soll einen vollständigen Kreis durchlaufen. Die zweite soll mittig durch diesen Kreis hindurchgehen, siehe Zeichnung, in der die Situation von oben betrachtet wird (bei beiden Rutschen kommt man von der linken Seite).

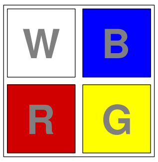


Der Durchmesser des Kreises ist mit 8 m angesetzt. Jede Wasserrutsche ist im Querschnitt insgesamt 1 m hoch. Außerdem müssen beide Rutschen genau dasselbe gleichmäßige Gefälle haben. (Wir nehmen, um lästige Detailrechnungen zu vermeiden, zudem an, dass die Breite der Rutschen keine Rolle spielt.)

Wie stark muss das Gefälle mindestens sein, damit eine solche Kreuzung überhaupt möglich ist? Ist mit diesem Gefälle gesichert, dass die Kreisbahn so viel an Höhe verliert, dass auch die Kreuzung mit der eigenen Bahn nach Durchlaufen des Kreises keine Probleme bereitet?

Aufgabe 3

Bei Annabell zuhause wird das Bad neu gefliest. Dabei werden vom Hersteller Fliesen geliefert, die aus 2×2 Quadraten bestehen. Die Quadrate sind – im Uhrzeigersinn betrachtet – weiß, blau, gelb und rot gefärbt. Die Fliesen sehen also so aus:



Damit soll nun eine Fläche gefliest werden, auf die 9×13 solche Fliesen passen. Dabei sollen sich keine zwei gleichfarbigen Quadrate an einer Kante berühren. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

Aufgabe 4

Konstantin und Zacharias spielen ein Spiel: Sie werfen wiederholt eine Münze. Diese ist fair, beide Seiten fallen also mit der gleichen Wahrscheinlichkeit von 50 %. Bei „Kopf“ bekommt Konstantin einen Punkt, bei „Zahl“ Zacharias. Sie spielen so lange, bis einer der beiden n Punkte mehr als der andere hat. Was ist die erwartete Dauer dieses Spiels (in Abhängigkeit von n)?

Einsendetermin ist der 28. August 2017

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de