

Aufgabenblatt 16

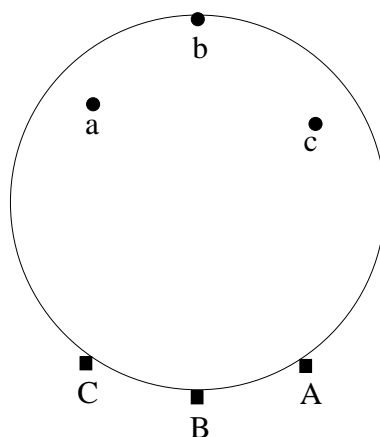
Aufgabe 1

Bei Wintereinbruch haben sich Anton (a), Beate (b) und Christoph (c) als erste auf das Eis des zugefrorenen Dorfsees gewagt. Sie befinden sich an den in der Abbildung dargestellten Orten auf dem See.

Die Mütter der Kinder (A, B und C) sind zum See geeilt, weil sie in den Nachrichten folgende Meldung gehört haben:

Achten Sie auf Ihre Kinder! Das Eis des Sees ist noch so dünn, dass es bei zweimaligem Betreten einer Stelle in jedem Fall bricht.

Können die Kinder unter diesen Bedingungen auf dem See eislaufend zu ihren jeweiligen Müttern gelangen, ohne dass eines von ihnen einbricht?



Hinweis: Die Kinder seien zu ihren jetzigen Standorten gelangt, ohne das Eis an einer anderen Stelle zu betreten, zum Beispiel indem sie vom Rand dorthin gesprungen sind.

Aufgabe 2

Ist p eine Primzahl und auch $p + 2$ eine Primzahl, so nennt man das Paar $(p, p + 2)$ einen *Primzahlzwilling*.

Man betrachte solche Primzahlzwillinge, bei denen jede der beiden Primzahlen größer als 5 ist. Beweise, dass man dann die Summe der beiden Primzahlen stets als Produkt von wenigstens 4 natürlichen Zahlen, die größer oder gleich 2 sind, schreiben kann!

Beispiel: 107 und 109 sind beide Primzahlen und es gilt: $107 + 109 = 216 = 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6$.

Aufgabe 3

Ein Mann erzählt einem Reporter folgende spannende Geschichte:

„... Ich war an diesem Tag zunächst von meiner Hütte aus 10 km nach Süden gelaufen, als mich ein Sturm überraschte. Sowie dieser abflaute, entschied ich mich, nun weiter in Richtung Osten zu laufen. Dies tat ich 10 km weit, als plötzlich ein riesiges Tier ganz in meiner Nähe auftauchte – zum Glück hatte ich meine Tarnjacke an, so dass mich das Tier nicht bemerkte. Nach diesem Schreck machte ich mich auf den Weg nach Norden und nach einer 10 km langen Wanderung in dieser Richtung erreichte ich wieder meine Hütte ...“

Versuche, alle Orte auf der Erde zu bestimmen, an denen die Hütte des Abenteurers entsprechend dieser Geschichte stehen kann (es gibt mehrere!), und bestimme die Farbe der Jacke!

Aufgabe 4 — Weihnachtsaufgabe

Weihnachten steht vor der Tür und somit auch die jedes Jahr kurz nach Weihnachten stattfindende *Rentieriade*. Alle Weihnachtsmänner messen sich dabei im Rentierschlittenrennen auf einer Stadionrunde.

Die Rentiere – von Natur aus faule und gefräßige Tiere – haben hierbei immer einen Futterkorb vor dem Maul, und sie laufen nur, solange darin noch Futter ist. Entlang der Stadionrunde sind in unregelmäßigen Abständen 17 Futterstationen eingerichtet, an denen die Futterkörbe nachgefüllt werden können. Auf diese Stationen hat die Jury (die Osterhasen) Futter verteilt, das insgesamt genau für eine Stadionrunde reicht. Die Menge an jeder Station legt sie für jeden Teilnehmer beliebig neu fest, und zwar insbesondere unabhängig davon, wie weit die jeweils nächste Station entfernt ist.

Jedem Teilnehmer wird sein Schlitten mit leerem Futterkorb an einem Punkt seiner Wahl bereitgestellt. Kann er stets – egal wie das Futter verteilt ist – eine der Stationen als Startpunkt so aussuchen, dass er mit seinem Schlitten die volle Stadionrunde schafft?

Einsendetermin ist der 28.01.2002

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr !

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de

Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112