athematischer
orrespondenz-
zirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 19

Aufgabe 1

a) In dem „Buch der Wahrheit“ stehen merkwürdige Dinge:
Auf der ersten Seite steht: „In diesem Buch steht genau eine falsche Aussage.“
Auf der zweiten Seite steht: „In diesem Buch stehen genau zwei falsche Aussagen.“
Und so weiter, bis schließlich auf Seite 2002, der letzten Seite, steht: „In diesem Buch stehen genau 2002 falsche Aussagen.“
Wie viele falsche Aussagen stehen tatsächlich in diesem Buch, und wo stehen sie gegebenenfalls?

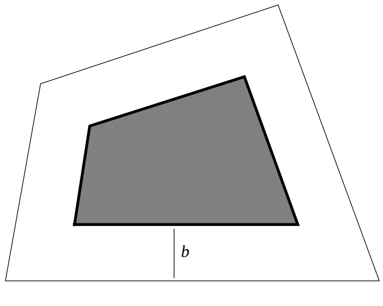
b) Das „Buch der Lügen“ ist etwas allgemeiner gefasst:
Auf der ersten Seite steht: „In diesem Buch steht mindestens eine falsche Aussage.“
Auf der zweiten Seite steht: „In diesem Buch stehen mindestens zwei falsche Aussagen.“
Und so weiter, bis schließlich auf Seite 2002, ebenfalls der letzten Seite, steht: „In diesem Buch stehen mindestens 2002 falsche Aussagen.“
Wie viele falsche Aussagen stehen nun in diesem Buch, und wo stehen sie gegebenenfalls?

Aufgabe 2

Wie viele Möglichkeiten gibt es, vier Türme so auf ein Schachbrett zu stellen, dass keiner einen anderen bedroht?

Aufgabe 3

Um ein konvexes Polygon, das einen Umfang U hat, wird ein Rahmen gezeichnet, dessen Außenlinien in einem Abstand b parallel zu den Polygonseiten verlaufen (vgl. Zeichnung).
Beweise, dass die Fläche des Rahmens größer als $b(U + \pi b)$ ist.



Hinweis: Ein konvexes Polygon ist ein Vieleck, in dem alle Innenwinkel kleiner als $180°$ *sind.*

Aufgabe 4

Diesmal eine Fortsetzungsaufgabe! (Keine Sorge, dazu muss man die Aufgabe vom letzten Zettel nicht gelöst haben.)

Zur Erinnerung: Asterix und Obelix spielen ein Spiel. Dabei werfen sie eine Münze und schreiben auf, in welcher Reihenfolge Adler (A) oder Zahl (Z) oben liegen. Jeder hat sich eine Dreierfolge ausgesucht, und das Spiel wird beendet, sobald in der (bis dahin evtl. recht langen) Folge der Ergebnisse eine der beiden Dreierfolgen auftaucht. Es gewinnt natürlich, wessen Folge erschienen ist.

a) Man hätte zunächst denken mögen, dass keiner der beiden einen Vorteil hat, weil ja jede Dreierfolge mit gleicher Wahrscheinlichkeit einmal geworfen wird. Warum kann man dieses Argument hier eigentlich nicht anwenden?

b) Auf dem letzten Zettel wurde errechnet, dass ZAA gegen AAZ mit $3/4$ zu $1/4$ und AAZ gegen AZA mit $2/3$ zu $1/3$ gewinnt. Gewinnt deswegen dann auch im Mittel ZAA gegen AZA?

Einsendetermin ist der 17. Juni 2002

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Nicht vergessen:
Rückmeldung für den MatBoj bis zum **30. Mai 2002 !**

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112