

Aufgabenblatt 21

Aufgabe 1

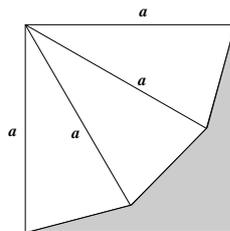
Aus der Folge $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ der Kehrwerte der natürlichen Zahlen kann man leicht eine dreigliedrige arithmetische Teilfolge auswählen: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$. Ebenso gibt es arithmetische Teilfolgen mit 4 Gliedern, z.B. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$.

- Finde arithmetische Teilfolgen mit 5 Gliedern und mit 6 Gliedern.
- Ist es möglich, für jede natürliche Zahl k eine arithmetische Teilfolge mit k Gliedern zu finden?

Hinweis: Eine Folge a_1, a_2, \dots, a_k heißt arithmetisch, wenn die Differenz aufeinanderfolgender Glieder konstant ist, d. h. wenn $a_1 - a_2 = a_2 - a_3 = \dots = a_{k-1} - a_k$ ist.

Aufgabe 2

Aus einem Quadrat mit Seitenlänge a werden drei deckungsgleiche gleichschenklige Dreiecke, so wie es die Skizze zeigt, herausgeschnitten. Welchen Flächeninhalt hat das Reststück?



Hinweis: Gesucht ist - der Schönheit wegen - eine Lösung, die ohne Benutzung der Winkelfunktionen (\sin , \cos , \tan , \cot) auskommt.

Aufgabe 3

Paul fährt in den Urlaub nach Möwenland. Er weiß, dass es dort fünf Städte gibt, die durch ein Eisenbahnnetz verbunden sind, und zwar durch genau vier Strecken, die jeweils eine der Städte mit einer anderen verbinden. (Es kann auch sein, dass sich zwei Strecken kreuzen, indem dort eine Brücke errichtet wurde – Möwenland hat bekanntlich einige Berge.)

Wie viel verschiedene solcher Eisenbahnnetze kann es geben?

Aufgabe 4

Unser Grill ist zu klein: Auf dem Rost haben maximal zwei Steaks gleichzeitig Platz, wir wollen aber insgesamt drei Steaks grillen – und zwar in möglichst kurzer Zeit!

Für die einzelnen Teilschritte haben wir folgende Zeiten ermittelt:

Ein Steak braucht genau zweieinhalb Minuten, um von einer Seite gar zu werden, und noch einmal zweieinhalb Minuten für die andere Seite. Wir benötigen 15 Sekunden, um ein Steak auf den Grill zu legen oder vom Grill zu nehmen, genauso lange benötigt man auch, um ein Steak direkt auf dem Grill (also ohne Herunternehmen) zu wenden. Und ganz wichtig: Die Steaks müssen noch einseitig mit einer speziellen Sauce bestrichen werden, dazu müssen sie aber *mindestens* von einer Seite vollständig gegrillt sein. Das Bestreichen eines Steaks dauert genau eine Minute, kann allerdings nicht ausgeführt werden, solange das Steak auf dem Grill liegt (schließlich ist es über dem Grill ziemlich heiß). Man darf es aber anschließend wieder auf den Grill legen, wenn es noch nicht vollständig von der anderen Seite gegrillt ist. Es ist nicht möglich, zwei Steaks gleichzeitig zu bestreichen.

Zu Beginn ist der Grill schon heiß. Wie lange würdest Du brauchen, bis alle drei Steaks einseitig mit Sauce bestrichen und beidseitig gegrillt sind?

Wenn du Spaß am Lösen solcher Aufgaben hast, dann solltest du beim Mathematischen Korrespondenzzirkel mitmachen. Das ist ganz leicht: Sende deine Lösungsideen zu den Aufgaben dieses Blattes an uns:

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Natürlich muss man nicht alle Aufgaben lösen, insbesondere darfst und sollst du auch Teillösungen einsenden.

Als Teilnehmer am Korrespondenzzirkel erhältst du alle sechs Wochen ein neues Aufgabenblatt, außerdem senden wir dir deine Lösungen kommentiert zurück.

Die Teilnahme ist kostenlos und unverbindlich, man kann jederzeit aufhören oder für ein Aufgabenblatt pausieren.

Im Internet unter der Adresse

<http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

findest du unter anderem alle bisherigen Aufgabenblätter mit ausführlichen Beispiellösungen.

Der letzte Einsendetermin für dieses Aufgabenblatt ist der 23. 9. 2002.

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de

Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112