Aufgabenblatt 22

Aufgabe 1

Leonard zeichnet mehrere gerade Linien auf ein Blatt Papier, jeweils von einer Kante des Blattes zu einer anderen. Bei näherem Hinschauen sieht er, dass er die Linien so gezeichnet hat, dass jede Linie jede andere schneidet und keine drei Linien sich in einem Punkt schneiden. Er zählt nun nach, dass auf diese Weise das Blatt in 22 Teile aufgeteilt wurde.

a) Wie viele Linien hat Leonard gezeichnet?

b) Erhält man immer 22 Teile, wenn man genauso viele Linien wie Leonard zeichnet, die sich auf dieselbe Weise schneiden?

c) (Zusatzfrage) Wie lautet die Antwort bei mehr oder weniger Linien? Versuche eine Formel anzugeben, um die Anzahl der Teile zu berechnen.

Aufgabe 2

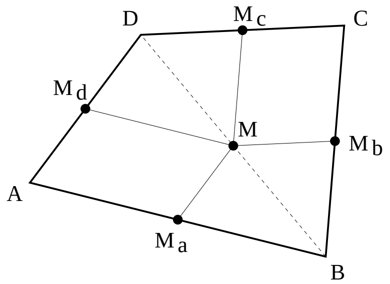
Für Lenas Glückszahl x gilt

$$3 = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}}$$

Welche Zahl bringt Lena Glück?

Aufgabe 3

Bauer Hauser hat 4 Söhne, unter denen er sein großes Feld, das die Form eines konvexen Vierecks hat, aufteilen möchte. Hierzu verwendet er folgende Methode (Bezeichnungen wie in der Skizze): Er misst die Mitten M_a bis M_d der Seiten und die Mitte M der Diagonale BD ab. Der erste Sohn bekommt dann das Viereck AM_aMM_d, der zweite das Viereck BM_bMM_a, der dritte CM_cMM_b und der vierte DM_dMM_c.



Ist diese Aufteilung gerecht, bzw. unter welchen Umständen wird welcher Sohn bevorteilt?

– bitte wenden –

Aufgabe 4

Monika rechnet etwas mit Zahlen herum. Sie geht dabei folgendermaßen vor:
Sie beginnt mit vier natürlichen Zahlen (alle größer als 0). Sie bildet alle möglichen Paare dieser Zahlen (erste und zweite Zahl, erste und dritte Zahl, ..., vorletzte und letzte Zahl). Falls die Zahlen eines Paares verschieden sind, subtrahiert sie die kleinere von der größeren. Alle erhaltenen Differenzen schreibt sie auf ein neues Blatt Papier.

Mit den Zahlen dieses neuen Blattes geht sie nun genauso vor: Paare bilden, Differenzen ausrechnen, Differenzen auf ein neues Blatt schreiben.

Dies macht sie so lange, bis auf einem Blatt entweder nur noch genau eine Zahl oder gar keine Zahl mehr steht.

a) Zeige, dass Monika nur endlich viele Blatt Papier verwenden muss.
b) Gibt es Anfangszahlen, bei denen am Schluss eine Zahl übrig bleibt, oder endet Monikas Prozedur immer mit einem leeren Blatt?

Beispiel für Monikas Rechnung:
Sie beginnt mit den Zahlen $2, 5, 5$ *und* 8 *und erhält als Differenzen:* $5-2=3$, $5-2=3$, $8-2=6$, $8-5=3$ *und* $8-5=3$ *(*5 *und* 5 *sind nicht verschieden; das Paar* $(5,5)$ *wird also nicht weiter betrachtet). Auf dem neuen Blatt Papier stehen also die Zahlen* $3, 3, 3, 3$ *und* 6.
Nach erneuter Ausführung der Prozedur stehen auf dem dritten Blatt die Zahlen $3, 3, 3$ *und* 3.
In allen sechs Paaren (jeweils bestehend aus 3 *und* 3*) dieser Zahlen sind die beiden Zahlen gleich. Somit bleibt das nächste Blatt leer und Monika kann nicht mehr weiterrechnen.*

Wenn du Spaß am Lösen solcher Aufgaben hast, dann solltest du beim Mathematischen Korrespondenzzirkel mitmachen. Das ist ganz leicht: Sende deine Lösungsideen zu den Aufgaben dieses Blattes an uns:

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Natürlich musst du nicht alle Aufgaben lösen, insbesondere darfst und sollst du auch Teillösungen einsenden.
Als Teilnehmer am Korrespondenzzirkel erhältst du alle sechs Wochen ein neues Aufgabenblatt, außerdem senden wir dir deine Lösungen kommentiert zurück. Von Zeit zu Zeit laden wir alle Teilnehmer zu einem Treffen ans Mathematische Institut ein. Das nächste findet am 23. November statt, bitte teile uns auf dem Coupon mit, ob du teilnehmen möchtest.
Die Teilnahme am Korrespondenzzirkel ist kostenlos und unverbindlich, man kann jederzeit aufhören oder für ein Aufgabenblatt pausieren.
Im Internet unter der Adresse

http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel

findest du unter anderem alle bisherigen Aufgabenblätter mit ausführlichen Beispiellösungen.

Der letzte Einsendetermin für dieses Aufgabenblatt ist der 4. 11. 2002.

Anmeldecoupon zum Zirkeltreffen

(bitte zusammen mit deinen Lösungen zurücksenden)

Name: .... Vorname: ....

☐ Ja, ich werde am Zirkeltreffen am 23. November 2002 teilnehmen.
☐ Und ich brauche noch Anreisehinweise zum Mathematischen Institut.

☐ Nein, ich kann leider nicht kommen.

Unterschrift (ggf. der Eltern): ....