Aufgabenblatt 24

Aufgabe 1

Man beweise, dass man ein Quadrat für jede Zahl $n \geq 6$ in genau n kleinere Quadrate zerlegen kann!

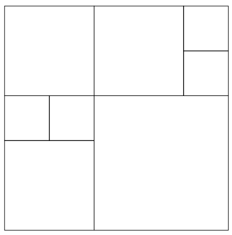

Abbildung 1: Eine Zerlegung für $n = 8$

Aufgabe 2

Kurz vor Weihnachten plant der Weihnachtsmann die Route, auf der er am Weihnachtsabend mit seinem von Rentier Rudolf gezogenen Schlitten einige der 64 Häuser des Städtchens Schneeberg besuchen will. Er fährt entlang des Straßennetzes auf gerader Linie von Haus zu Haus und weiß aus der Erfahrung der vergangenen Jahre, dass es, je leichter der Schlitten wird, immer schwerer wird, den Rentierschlitten mit dem immer enthusiastischer werdenden Rudolf abzubremsen. Deswegen muss er die Route so planen, dass der Weg vom aktuellen zum nächsten Haus immer länger ist als der Weg vom vorherigen Haus zum aktuellen.
Wie viele verschiedene Häuser kann der Weihnachtsmann auf diese Weise höchstens besuchen und wie lang ist sein Weg dabei maximal?

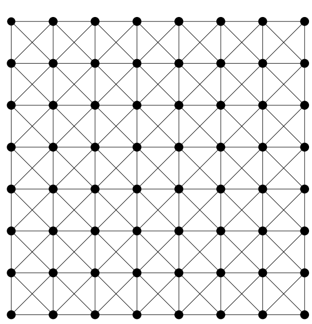

Abbildung 2: Das Straßennetz in Schneeberg (die Punkte stellen die Häuser dar)

Aufgabe 3

Untenstehendes Bild zeigt ein *multiplikativ-magisches Quadrat*. Man sieht, dass die Produkte der drei Zahlen in jeder Zeile, jeder Spalte und den beiden Diagonalen gleich sind, und zwar 64.

8	4	2
1	4	16
8	4	2

Diese *magische Konstante* 64 ist interessanterweise eine Kubikzahl, also $64 = 4^3$.
Finde weitere multiplikativ-magische Quadrate mit ganzzahligen Einträgen und bestimme jeweils die magische Konstante! Versuche zu beweisen, dass diese magische Konstante immer eine Kubikzahl ist!

Aufgabe 4

Wir nennen ein Rechteck, dessen Seiten a und b im Verhältnis $a : b = (n+1)^2 : n^2$ stehen, wobei n eine beliebige natürliche Zahl ist, ein *Zerlege-Rechteck*.
Zeige, dass man jedes Zerlege-Rechteck in zwei Teile zerschneiden kann, die sich zu einem Quadrat zusammenfügen lassen.

Einsendetermin ist der 27. 01. 2003

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112