Mathematischer Korrespondenz-zirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 27

Aufgabe 1

Welche reellen Zahlen x erfüllen die Gleichung

$$\left\lfloor \frac{\lfloor 2003x \rfloor}{2003} \right\rfloor = 2003\,?$$

Dabei ist $\lfloor\ \rfloor$ *die Gaußklammer, das heißt:* $\lfloor x \rfloor$ *bezeichnet die größte ganze Zahl, die nicht größer als* x *ist. Es gilt also* $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$.

Aufgabe 2

Von beliebigen fünf Stäben wird lediglich vorausgesetzt, dass man jeweils drei von ihnen zu einem Dreieck zusammenlegen kann. Es ist nachzuweisen, dass mindestens eines der Dreiecke spitzwinklig ist.

Aufgabe 3

Ein getöntes Fenster der Firma „Glasoflex" besteht aus drei parallelen Scheiben im Abstand von wenigen Zentimetern. Jede der Scheiben lässt 70 Prozent des auf sie fallenden Lichtes durch (egal, von welcher Seite das Licht auf die Scheibe fällt), reflektiert 20 Prozent und die restlichen 10 Prozent werden absorbiert (bleiben in der Scheibe).
Wie viel Prozent des einfallenden Lichtes werden von einem Fenster der Firma Glasoflex durchgelassen?

Beachte, dass zum Beispiel der Teil des Lichtes, der von der zweiten Scheibe reflektiert wird, wieder auf die erste Scheibe fällt und dort zum Teil wieder reflektiert wird usw.

Aufgabe 4

Es werden n gewöhnliche Spielwürfel in einer Reihe nebeneinander auf den Tisch gelegt. Man addiert alle Augenzahlen, die nicht durch den Tisch oder durch einen Nachbarwürfel verdeckt sind. Die maximale Augenzahl, die man so erhalten kann, werde mit $A(n)$, die minimale mit $a(n)$ bezeichnet. Wir betrachten nun die Folge der Differenzen $d(n) = A(n) - a(n)$. Für gewisse n ist das Folgenglied $d(n)$ eine Quadratzahl (z. B. für $n = 2$, $n = 6$).
Für welche Würfelanzahl n erhält man die 1000. Quadratzahl der Folge?

Einsendetermin ist der 16. Juni 2003

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112