Mathematischer Korrespondenzzirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 31

Aufgabe 1

An einer langen Lichterkette gibt es 2003 Glühlampen, die von 1 bis 2003 durchnummeriert sind und alle einen eigenen An/Aus-Schalter besitzen. Zu Beginn sind alle Lampen aus.

Nun geht eine erste Person alle Lampen durch und betätigt die Schalter aller Lämpchen, deren Nummer durch 1 teilbar ist (das sind natürlich alle). Dann geht eine zweite Person die Lichterkette entlang und betätigt alle Schalter, deren Lampennummer durch 2 teilbar ist usw. Zum Schluss geht die 2003. Person entlang und betätigt alle Schalter, deren Lampennummern durch 2003 teilbar sind (das ist dann nur noch das letzte Lämpchen). Wie viele Lämpchen sind nach dieser Prozedur angeschaltet?

Aufgabe 2

Angenommen, für zwei reelle Zahlen x und y gilt $2x^2 - 2xy + y^2 = 0$. Welche(n) Wert(e) kann dann $(x+41)^2 + (y-17)^2 + 33$ annehmen?

Aufgabe 3

Zeige, dass es für alle natürlichen Zahlen $n \geq 10$ zwischen n und $3 \cdot n$ eine Kubikzahl gibt.

Aufgabe 4

Auf dem Tisch liegt ein Kartenstapel mit 52 Karten, nummeriert und geordnet von 1 bis 52, wobei die Karte mit der Nummer 1 ganz oben liegt. Der Stapel soll nun gemischt werden durch wiederholtes Ausführen der folgenden Operation: Teile den Stapel durch Abheben in zwei Teilstapel und nimm von diesen in beliebiger Reihenfolge die Karten von oben, um einen neuen gemeinsamen Stapel zu formen.

Für acht Karten $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ könnte man zum Beispiel die beiden Stapel $1, 2, 3, 4, 5$ und $6, 7, 8$ bilden und dann daraus den neuen Stapel $6, 1, 2, 3, 7, 8, 4, 5$.

Gib eine Folge solcher Operationen an, die den Anfangsstapel von 52 Karten „umdreht“, ihn also in $52, 51, \ldots, 3, 2, 1$ überführt!

Geht dies mit fünf oder weniger Operationen?

Einsendetermin ist der 1. 12. 2003

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112