

Aufgabenblatt 41

Aufgabe 1

Fußball-Superstar Matthias Lothar hat zur Saisonhalbzeit in weniger als 75% aller Spiele ein Tor geschossen, wurde aber in mehr als 75% der bisherigen Spiele vom Schiedsrichter mit einer gelben Karte verwarnt.

Nach einer kräftigen Standpauke des Trainers verbessert sich Lothar, so dass er am Ende der Saison tatsächlich in mehr als 75% aller Spiele ein Tor geschossen hat und in weniger als 75% der Spiele verwarnt wurde.

Muss es dann notwendigerweise einen Zeitpunkt geben, zu dem Lothar in genau 75% der bisherigen Spiele ein Tor geschossen hat? Muss es einen Zeitpunkt geben, zu dem Lothar in genau 75% der bisherigen Spiele verwarnt wurde?

Anmerkung: Dass in der Bundesliga ein Spieler nach zu vielen gelben Karten gesperrt wird, vernachlässigen wir der Einfachheit halber . . .

Aufgabe 2

Fahrraddieb Paul Langfinger hinterließ unvorsichtigerweise mit einem Beutestück folgende Spur im Schnee:

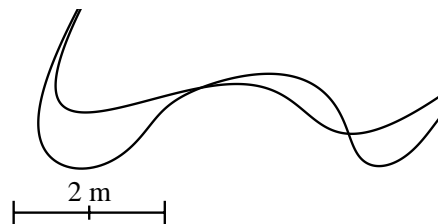


Abbildung 1: Die Fahrradspur

Dabei stammt eine der beiden Kurven vom Vorderrad, die andere vom Hinterrad. In welche Richtung sollte man rennen, um Paul eventuell noch einzuholen?

Aufgabe 3

Die Mathematiker-Bank bietet ihren Kunden zehnstellige Kontonummern. Nun sind die meisten Mathematiker recht eigen und wünschen, dass jede Ziffer ihrer Kontonummer eine Primzahl ist. Danach richtet sich die Bank auch und weiß zusätzlich noch, dass Mathematiker bisweilen etwas zerstreut sind und Zahlen verwechseln – daher sollen sich zwei beliebige Kontonummern in wenigstens fünf Stellen unterscheiden.

- a) Zeige, dass die Bank höchstens 4096 Konten für Mathematiker einrichten kann.
b) Zeige, dass die Bank sogar nur höchstens 2404 Konten bereitstellen kann.

Aufgabe 4

Ein Polynom $p(x)$ habe ganzzahlige Koeffizienten und mindestens sieben verschiedene ganzzahlige Nullstellen. Zeige, dass dann das Polynom $q(x) = p(x) - 2004$ überhaupt keine ganzzahlige Nullstelle hat.

Gilt dies auch noch, wenn $p(x)$ mindestens sechs verschiedene ganzzahlige Nullstellen hat?

Einsendetermin ist der 21. Februar 2005

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112