

Aufgabenblatt 42

Aufgabe 1 – Ein Zaubertrick

Denke dir eine beliebige Zahl, in der die Einerziffer größer als alle anderen Ziffern ist und in der die Ziffern von links nach rechts an keiner Stelle kleiner werden. Solche Zahlen sind zum Beispiel 567 oder auch 11122345558.

Multipliziere die von dir gedachte Zahl mit 9, ziehe 1 ab und bilde die Quersumme der erhaltenen Zahl. Multipliziere das Ergebnis mit 5 und addiere 2.

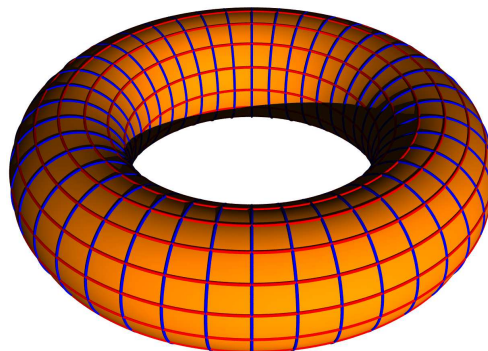
Was ist das Ergebnis? Erhält man immer dieses Ergebnis?

Aufgabe 2 – Kleiner Winkel

Gegeben seien 180 verschiedene Punkte in der Ebene. Zeige, dass es unter ihnen drei Punkte A, B, C so gibt, dass $\angle ABC \leq 1^\circ$ ist.

Aufgabe 3 – Rundfunk auf Omega

Die Oberfläche des Planeten Omega hat die Form eines Torus und ist durch 582 Breitenkreise (im Bild rot) und 2004 Längenkreise (im Bild blau) in Bezirke eingeteilt.



In einigen Bezirken sollen neue Rundfunkstationen errichtet werden, wobei allerdings darauf geachtet werden muss, dass keine zwei Stationen in Bezirken errichtet werden, die zwischen den gleichen zwei benachbarten Breiten- oder Längenkreisen liegen. Außerdem dürfen keine zwei Stationen durch einen diagonalen Weg, also einen Weg, der ausgehend von einem Bezirk stets durch den rechts oben (bzw. rechts unten, links oben oder links unten) benachbarten Bezirk verläuft, verbunden sein.

Wie viele Bezirke mit neuen Rundfunkstationen kann es auf Omega höchstens geben?

Aufgabe 4 – Lauter Quadrate

In einem Koordinatensystem sind genau alle ganzzahligen Gitterpunkte (a, b) mit $1 \leq a \leq 42$ und $1 \leq b \leq 42$ rot gefärbt. Wie viele Quadrate gibt es, deren Eckpunkte sämtlich rot gefärbt sind?

Einsendetermin ist der 21. März 2005

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112