Aufgabenblatt 48

Aufgabe 1

Finde alle vierstelligen Zahlen mit der Eigenschaft, dass die Zahl, die man aus ihr durch Ziffernumkehr erhält, genau viermal so groß ist wie die ursprüngliche Zahl.

Gibt es auch eine 2005-stellige Zahl mit dieser Eigenschaft?

Hinweis zur Erläuterung: 1234 *ist zum Beispiel keine solche Zahl, denn* $4 \cdot 1234 \neq 4321$.

Aufgabe 2

Andre Becker und Boris Agassi stehen sich in einem Tennis-Match gegenüber. Beide Spieler sind in etwa gleich gut; das Match gewinnt, wer als erster drei Sätze für sich entscheidet.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden volle fünf Sätze gespielt?

Ein Jahr später ist Agassi verletzungsbedingt etwas schwächer und es stellt sich heraus, dass es nur noch mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{8}{27}$ zu einem Fünf-Satz-Match kommt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Agassi in diesem Fall einen einzelnen Satz?

Aufgabe 3

Eine Ebene schneide einen Kegel in einer Ellipse. Des Weiteren seien k und K diejenigen beiden Kugeln, die den Kegel von innen in einem ganzen Kreis sowie die Ebene berühren. Hierbei berühre k die Ebene in A und K die Ebene in B.

Zeige, dass dann A und B die beiden Brennpunkte der Ellipse sind, dass also für jeden Punkt P auf dem Rand der Ellipse die Summe der Abstände $|AP| + |BP|$ gleich ist. Drücke diesen Wert auch durch die Radien der beiden Kugeln und den Abstand ihrer Mittelpunkte aus!

Aufgabe 4

Forscher finden im vietnamesischen Urwald die Überreste eines lange verlassenen Klosters. In den Ruinen entdecken sie eine Art Schachbrett mit besonderen Figuren: *Mönche*, das sind Figuren, die sich im Prinzip wie ein König beim Schach bewegen, aber nur in zwei der acht möglichen Richtungen ziehen dürfen. Beim Einsetzen der Figur kann der Spieler diese beiden Richtungen frei wählen.

Als Gegenpol zu dem auch schon in früheren Zeiten vorhandenen Bestreben, alles schnell zu erledigen und kurze Wege zu finden, sollten die Mitglieder des Klosters möglichst lange Wege finden.

Zwei der Aufgaben zu den Mönchsfiguren lauteten daher:

- Es sei auf dem 8 mal 8 Felder großen Brett ein Zielfeld vorgegeben. Wo muss man einen Mönch einsetzen und ihm welche Zugrichtungen zuweisen, damit man das Zielfeld mit so vielen Schritten wie möglich erreicht (aber auch wirklich erreicht), ohne ein Feld doppelt zu betreten?
- Wie sieht es aus, wenn man *zwei* horizontal oder vertikal nebeneinander liegende Felder als Zielfelder vorgibt, die in beliebiger Reihenfolge erreicht werden sollen?

Weil dies die 4. Aufgabe ist, noch eine Idee für die, die es besonders knifflig lieben: Schafft man es mit einem Mönch auch, *drei* beliebig vorgegebene Felder in irgendeiner Reihenfolge nacheinander zu erreichen?

Einsendetermin ist der 12. Dezember 2005

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112