Mathematischer Korrespondenz-zirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 54

Aufgabe 1

Welches ist die kleinste positive natürliche Zahl n mit der Eigenschaft, dass $45 \cdot n$ nur die Ziffern 0 und 7 enthält?

Aufgabe 2

Um die Dauer der Fußballweltmeisterschaft 2010 in Südafrika zu verkürzen, sollte einem Vorschlag zufolge unter den 32 teilnehmenden Teams der Weltmeister wie folgt bestimmt werden:

In jeder Runde werden die Mannschaften, die noch im Wettbewerb sind, zufällig in Paare aufgeteilt; sollte es eine ungerade Anzahl sein, muss eine Mannschaft in dieser Runde nicht spielen. Die entsprechenden Paare spielen ein Spiel gegeneinander, wobei es kein Unentschieden gibt. Sobald eine Mannschaft zweimal verloren hat, ist sie ausgeschieden. Der Vorschlag wurde aber verworfen, weil er angeblich zu keiner Verkürzung des Turniers im Vergleich zu den bei den bisher üblichen Regeln gespielten 64 Spielen führt.

Stimmt das? Was ist die kleinste und was die größte mögliche Anzahl an auszutragenden Spielen?

Aufgabe 3

In einem Dreieck mit Flächeninhalt 1 bilden sowohl die drei Seitenlängen als auch die Längen der drei Höhen eine arithmetische Zahlenfolge. Bestimme die Seitenlängen dieses Dreiecks!

Hinweis: Drei Zahlen a, b, c bilden eine arithmetische Zahlenfolge, wenn es eine reelle Zahl d so gibt, dass $a + d = b$ und $b + d = c$ gilt.

Aufgabe 4

Finde eine natürliche Zahl N so, dass jede der Zahlen N, $2 \cdot N$, $3 \cdot N$, $\ldots$, $2006 \cdot N$ eine durch 2006 teilbare Quersumme hat.

Gibt es auch eine natürliche Zahl N so, dass jedes Vielfache von N eine durch 2006 teilbare Quersumme hat?

Einsendetermin ist der 31. Juli 2006

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112