Mathematischer Korrespondenzzirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 55

Aufgabe 1

Karsten hat zehn Zahnräder, je eines mit 7, 13, 34, 103, 179, 234, 299, 303, 356 und 385 Zähnen. Er will sie so in eine Reihe legen (natürlich sollen dabei die Achsen geeignet gelagert werden, so dass sich die Räder um die Achsen drehen können), dass sie ineinander greifen und dass bei einer Umdrehung des ersten Zahnrades das letzte möglichst viele Umdrehungen ausführt.

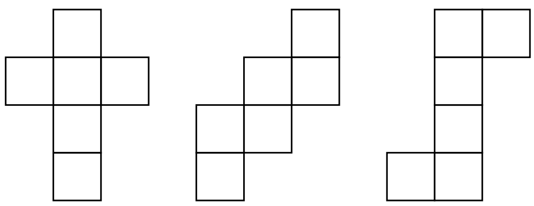
Wie muss er die Zahnräder dazu anordnen und wie viele Umdrehungen führt das letzte Rad dabei dann aus? Hat er mehr als eine Möglichkeit für die Anordnung der Zahnräder?

Aufgabe 2

Alex und Ulrike wollen jeden der fünf platonischen Körper – Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder – aus Papier basteln. Dazu wollen sie ein Netz eines jeden Körpers auf Papier malen, dieses ausschneiden, falten und an den Kanten, wo dies nötig ist, zusammenkleben.

Bei welchem der Körper benötigen sie dabei die meisten Klebekanten, bei welchem die zweitmeisten usw.?

Man beachte, dass es für das Malen der Körpernetze jeweils mehrere Möglichkeiten gibt, bei denen auch die Anzahl der Klebekanten unterschiedlich sein könnte. Für den Würfel gibt es zum Beispiel elf wesentlich verschiedene Netze, von denen drei wie folgt aussehen:



Aufgabe 3

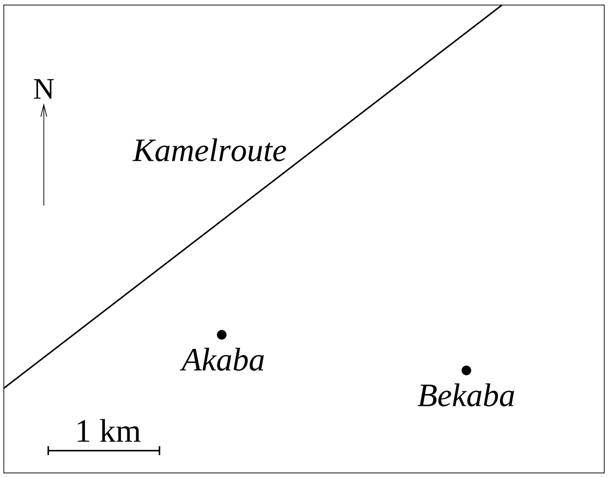
Benno hat 20 quaderförmige Bauklötze, die jeweils ein Volumen von $125\,\mathrm{cm}^3$ haben. Bei jedem Bauklotz sind zwei gegenüberliegende Seitenflächen rot gefärbt, zwei andere gegenüberliegende blau und die letzten beiden (auch gegenüberliegenden) gelb. Benno baut nun nacheinander drei Türme: einen blau-gelben, indem er immer rote Flächen aufeinander legt, dann entsprechend einen blau-roten Turm und zuletzt einen gelb-roten.

Zeige, dass wenigstens einer der Türme mindestens einen Meter hoch ist.
Ist es auch immer so, dass einer der Türme höchstens einen Meter hoch ist?

Hinweis: Die Bauklötze haben natürlich nicht unbedingt alle die gleiche Form.

Aufgabe 4

Auf der Jagd nach dem Goldschatz der vierzig Räuber ist Ali Baba anscheinend kurz vor dem Ziel: Er hat in einer alten Truhe die unten abgebildete Landkarte gefunden und weiß aus alten Erzählungen, dass der Schatz in der Mitte einer kreisrunden Oase vergraben liegt. Die Oase selbst ist über die Jahrhunderte hinweg leider verschwunden. Aber Ali Baba hat in Erfahrung gebracht, dass die beiden Dörfer Akaba und Bekaba damals direkt am südlichen Oasenrand lagen und dass die alte, schnurgerade Kamelroute damals schon existierte und auf einer Länge von genau 2 km durch die Oase führte.



Kann Ali Baba allein mit diesem Wissen und mit Zirkel und Lineal die Lage des Schatzes auf der Karte genau konstruieren?

Hinweis: Da Geometrie meistens als schwierig empfunden wird, gibt es diesmal eine Hilfestellung zur Lösung:

Man kann den Sekantensatz verwenden; bei der Konstruktion ferner z. B. den Höhensatz.

Einsendetermin ist der 11. September 2006

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112