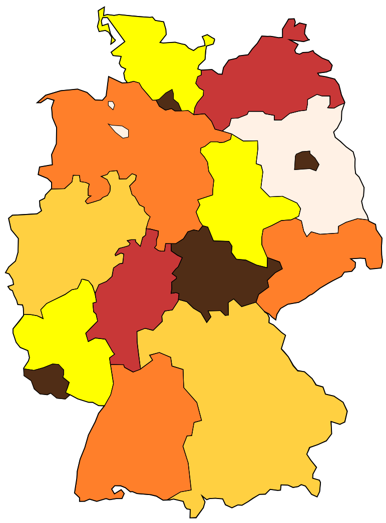
Mathematischer Korrespondenz-zirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 59

Aufgabe 1 – Bunte Republik Deutschland



Nora muss im kooperativen Kunst- und Erdkundeunterricht die Karte der Bundesländer Deutschlands so färben, dass keine zwei benachbarten Länder gleich gefärbt sind. Im Atlas findet sie eine Version mit sechs Farben (siehe Abbildung rechts). Weil das Auswaschen des Pinsels so lästig ist, möchte sie mit möglichst wenig Farben auskommen – wie viele Farben benötigt sie mindestens?

Johanna möchte so viele Länder wie möglich mit ihrer Lieblingsfarbe färben: Wie oft kann sie sie verwenden?

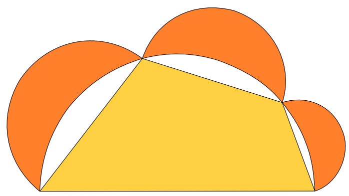
Aufgabe 2 – Wurzelgeflecht

Ist die Zahl

$$\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{3+\ldots+\sqrt{2006+\sqrt{2007}}}}}$$

kleiner oder größer als 2?

Aufgabe 3 – Große „Möndchen“?



Das nebenstehende Bild zeigt ein Sehnenviereck, bei dem eine Seite ein Durchmesser seines Umkreises ist. Über den anderen drei Seiten wurden nach außen hin Halbkreise gezeichnet. Diese bilden zusammen mit den jeweiligen Abschnitten des Umkreises drei „Möndchen“. Ist die Fläche der drei Möndchen zusammen dann größer, kleiner oder gleich der Fläche des Sehnenvierecks?

Aufgabe 4 – Primzahlen und Zweierpotenzen

Finde eine positive reelle Zahl α so, dass $\lfloor \alpha \rfloor$, $\lfloor 2\cdot\alpha \rfloor$, $\lfloor 4\cdot\alpha \rfloor$, $\lfloor 8\cdot\alpha \rfloor$, $\lfloor 16\cdot\alpha \rfloor$ und $\lfloor 32\cdot\alpha \rfloor$ alles Primzahlen sind.

Gibt es eine positive reelle Zahl α so, dass $\lfloor 2^n\cdot\alpha \rfloor$ für alle $n \geq 0$ eine Primzahl ist?

Hinweis: Hierbei ist $\lfloor x \rfloor$ die größte ganze Zahl kleiner oder gleich x.

Einsendetermin ist der 12. März 2007

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112

Hier sind ein paar Deutschlandkarten zum Ausprobieren: