

Aufgabenblatt 69

Aufgabe 1

Es gibt Neues von unseren Piraten der *Schwarzen Perle*, nachdem sie eine Weile von der Bildfläche verschwunden waren: Sie waren untergetaucht! Käpt'n Sperling ist auf die Idee gekommen, dass man dank Erdkrümmung weniger Strecke mit einem Schiff zurücklegen muss, wenn man zwischendurch etwas taucht, und so wurde die *Schwarze Perle* zu einem U-Boot umgebaut, dass bis zu 500 m tief gehen kann. (Nebeneffekt: Man entkommt so leichter den Verfolgern!) Zum Vergleich: Der Erdradius beträgt etwa 6366 km.

Auf der Demonstrationsfahrt möchte Käpt'n Sperling den wirklich kürzesten Weg durch den Ärmelkanal zwischen den Häfen von Dover und Calais nehmen, das sind normalerweise 41 km „erdgekrümmte“ Strecke. Wie tief wird er dabei eintauchen?

Schließlich geht es auf große Fahrt: Die Mannschaft nimmt sich die (auf dem Wasser gemessen) 6431 km lange Strecke durch den Atlantik von Porto (in Portugal) bis zu – wer hätte es gedacht! – der Insel Tortuga in der Karibik vor. Wie viele Kilometer Strecke kann Sperling durch seine Tauchfähigkeit sparen?

Aufgabe 2

Welche fünfstelligen Zahlen haben die Eigenschaft, dass ihre letzte Ziffer die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl teilt, dass die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl die aus den letzten drei Ziffern gebildete Zahl teilt, dass die aus den letzten drei Ziffern gebildete Zahl die aus den letzten vier Ziffern gebildete Zahl teilt und schließlich dass die aus den letzten vier Ziffern gebildete Zahl die gesamte Zahl selbst teilt?

Aufgabe 3

Beim Abheften des folgenden Gleichungssystems ist es leider an den falschen Stellen gelocht worden ...

$$\begin{aligned} x + 4y &= \boxed{} \\ 2x \boxed{} y &= \boxed{} \end{aligned}$$

Die fehlenden Zahlen werden noch gefunden: $\boxed{-8}$, $\boxed{-4}$, $\boxed{+8}$, aber man weiß nicht mehr, welche Zahl in welcher Lücke war. Sjaan erinnert sich aber daran, dass es eine eindeutige Lösung gab und dass x positiv war. Kann man daraus das Gleichungssystem rekonstruieren?

Aufgabe 4

Das siebenköpfige Korrespondenzzirkelteam sitzt im Kreis und vertreibt sich die Zeit mit folgendem Spiel:

Zu Beginn hat jeder eine zufällige Anzahl von Äpfeln vor sich liegen, jedoch nicht mehr als 20. In der Mitte der Runde befindet sich außerdem ein sehr großer Apfelvorrat. Ein Spielzug besteht nun darin, dass zunächst alle Spieler mit einer ungeraden Anzahl von Äpfeln einen Apfel vom Vorrat nehmen. Danach geben alle Spieler gleichzeitig die Hälfte ihrer Äpfel an ihren jeweils rechten Sitznachbarn weiter.

Das Spiel ist beendet, sobald der Vorratsberg aufgebraucht ist.

Zeige, dass das Spiel niemals endet, wenn man den Vorrat nur groß genug (aber endlich) wählt.

Finde – abhängig von der Anfangssituation – einen möglichst kleinen Vorrat, der dafür ausreicht, dass das Spiel nicht endet.

Einsendetermin ist der 14. April 2008

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112