

Aufgabenblatt 71

Aufgabe 1

Carolin hat je ein Gewichtsstück der Masse 1 g, 2 g, 3 g, ..., 70 g. Kann sie diese so auf die beiden Seiten einer Balkenwaage verteilen, dass diese im Gleichgewicht ist?

Wie ist die Antwort, wenn sie unterm Bett noch ein Gewichtsstück der Masse 71 g findet und dieses mit verwenden will?

Aufgabe 2

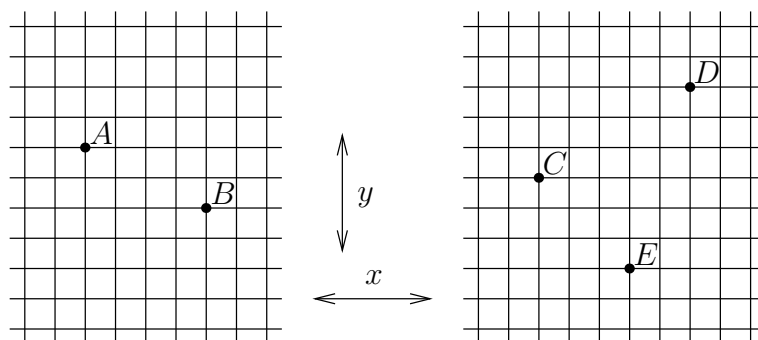
Drei Spielsteine stehen zu Beginn auf den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks der Seitenlänge 1. In einem Zug darf einer der Steine an einem beliebigen anderen der Steine gespiegelt werden. Nach einer gewissen Anzahl an Zügen bilden die drei Steine wieder ein gleichseitiges Dreieck.

Welche Seitenlängen sind für dieses Dreieck möglich?

Aufgabe 3

Unsere Piraten wollen sich auf Tortuga zur Ruhe setzen. Damit der Ruhestand möglichst angenehm wird, suchen sie noch ein letztes Mal Schätze im Wald der Insel. Von einem verstaubten Pergament vom Dachboden ihres Domizils wissen sie Folgendes:

Im – übrigens vollkommen ebenen – Wald gibt es bestimmte Bäume, in deren Rinde Abstandsdaten zu einem Schatz eingeritzt sind, und zwar jeweils der Abstand in x -, y - und z -Richtung; die z -Richtung beschreibt die Tiefe, in der der Schatz liegt. Die drei Zahlen sind allerdings in keiner bestimmten Reihenfolge angegeben.



Zum ersten Schatz gibt es die Bäume A und B (siehe Skizze – sie haben also einen Abstand 4 in x -Richtung und 2 in y -Richtung) mit den Abstandswerten $(0, 1, 2)$ und $(1, 2, 4)$.

Die drei Bäume zum zweiten Schatz sind älter, bei ihnen kann man nicht mehr alle Zahlen lesen – bei C nur 4 und 4, bei D nur 6 und 7 und bei E nur eine 7.

Wo (und wie tief) liegen die Schätze?

Aufgabe 4

Gibt es positive, rationale Zahlen a und b , die beide nicht ganzzahlig sind, für die aber $a + b$ und $a^n + b^n$ ganzzahlig sind für

a) $n = 2008$?

b) $n = 2009$?

Einsendetermin ist der 30. Juni 2008

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen