

# Aufgabenblatt 77

### Aufgabe 1

Die Zahl 29 ist sowohl als Summe der drei aufeinanderfolgenden Quadratzahlen  $2^2$ ,  $3^2$  und  $4^2$  als auch als Differenz zweier Quadratzahlen, nämlich  $29 = 15^2 - 14^2$  darstellbar.

Welche anderen zweistelligen Zahlen haben dieselbe Eigenschaft?

#### Aufgabe 2

Auf jedem Feld eines  $9 \times 9$ -Schachbrettes sitzt ein Käfer. Bei Sonnenuntergang krabbelt jeder Käfer auf ein <u>diagonal</u> benachbartes Feld. Sollte sich nach Sonnenuntergang auf einem Feld mehr als ein Käfer befinden, so feiern die entsprechenden Krabbeltiere auf dem Feld eine Party.

Wie viele Käferpartys finden mindestens statt?

Und weil die Zahl so schön ist: Wie sieht es bei einem  $77 \times 77$ -Feld aus?

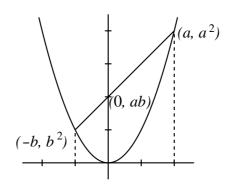
#### Aufgabe 3

Wolfgang, Xaver, Yannik und Zacharias zeichnen je ein rechtwinkliges Dreieck mit ganzzahligen Seitenlängen auf ein Blatt Papier. Dabei stellen sie fest, dass bei allen vier Dreiecken die Maßzahl der Fläche doppelt so groß wie die Maßzahl des Umfangs ist.

Zeige, dass zwei der vier dasselbe Dreieck gezeichnet haben.

## Aufgabe 4

Der Graph der Funktion  $f(x) = x^2$ , also die Normalparabel, ist eine *Multiplikationsmaschine*: Für beliebige zwei positive reelle Zahlen a und b schneidet die Gerade durch die Punkte (a, f(a)) und (-b, f(-b)) die y-Achse bei y = ab.



- 1. Beweise diese hübsche Eigenschaft!
- 2. Gibt es auch eine Funktion f, deren Graph zur y-Achse symmetrisch ist und die als Additionsmaschine auf die gleiche Art und Weise wirkt?

#### Einsendetermin ist der 30. März 2009

Mathematisches Institut Mathematischer Korrespondenzzirkel Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet: http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel

E-Mail: zirkel@math.uni-goettingen.de

Telefon: (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112