

Aufgabenblatt 82

Aufgabe 1

Wir versuchen, die Zahl 82 „aus sich selbst“ zu erzeugen. Dazu bilden wir alle möglichen Produkte aus den beiden Ziffern und addieren sie:

$$8 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 2 = 84.$$

Nicht ganz 82, aber schon gar nicht schlecht. Gibt es denn andere zweistellige Zahlen, bei denen man bei diesem Verfahren mindestens genauso gut an die Ausgangszahl herankommt?

Aufgabe 2

Auf jedem Feld eines Schachbretts liegt entweder ein roter oder ein blauer Stein, und es gibt von jeder Farbe mindestens einen. Gibt es dann immer einen Punkt, der Ecke von genau einem rot besteuerten Feld ist?

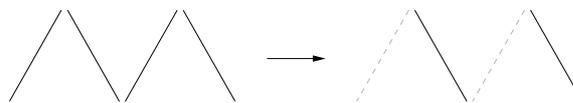
Aufgabe 3

Eine Folge von Zahlen wird wie folgt gebildet: Die erste Zahl ist die 5, und jedes weitere Glied ist um 4 größer als das Produkt aller vorherigen Zahlen.

Zeige: Die Folge besteht bis auf die Startzahl nur aus Quadratzahlen.

Aufgabe 4

Volker und Wanda spielen ein Spiel. Sie legen n Hölzchen in einer Zickzacklinie aus, und zwar so, dass die Winkel zwischen den Hölzchen jeweils 60° sind. Ein Spielzug besteht darin, erst zwei Hölzchen wegzunehmen und dann ein Hölzchen so hinzulegen, dass seine Enden an Punkten sind, wo jeweils mindestens ein weiteres Hölzchen endet. Dabei darf man es aber nicht an eine Stelle legen, von der aus man gerade ein Hölzchen entfernt hat. Beispiel:



Wer keinen vollständigen Zug mehr ausführen kann, hat verloren. Volker beginnt.

Man erkennt leicht, dass für $n \leq 3$ kein Zug ausführbar ist und dass für $n = 4$ Volker gewinnt, weil er einen Zug ausführen kann, Wanda mit nur drei Hölzchen aber nicht mehr.

Wer kann für $n = 5$ und für $n = 6$ den Sieg erzwingen?

Einsendetermin ist der 9. November 2009

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen