

## Aufgabenblatt 84

### Aufgabe 1

Welche der folgenden Zahlen ist größer?

$$\sqrt{2009 + \sqrt{2010}} + \sqrt{2010 + \sqrt{2009}} \quad \text{oder} \quad \sqrt{2009 + \sqrt{2009}} + \sqrt{2010 + \sqrt{2010}}$$

### Aufgabe 2

Stefan Schneestiefel ist auf großer Winterwanderung und möchte die nächste Wanderhütte möglichst schnell erreichen. Der noch verbleibende Weg dorthin hat eine L-Form, noch 500 m geradeaus, danach knickt der Weg um  $90^\circ$  ab und hat noch einmal 100 m. Stefan überlegt, ob es sich lohnt, über das schneebedeckte Feld abzukürzen, bzw. ab welcher Stelle es sich lohnt. Er muss dabei einkalkulieren, dass seine Querfeldein-Geschwindigkeit nur 4 km/h beträgt, während die normale Wandergeschwindigkeit 5 km/h beträgt. Was rätst du ihm?

### Aufgabe 3

Jomtje und Sverre spielen: An einer Tafel steht die Zahl 2010. Abwechselnd nehmen sie die an der Tafel stehende Zahl  $n$ , ziehen einen ihrer Teiler ungleich  $n$  ab, schreiben das Ergebnis der Subtraktion als neue Zahl an die Tafel und streichen die alte Zahl durch.

Wer die 1 anschreiben kann, gewinnt. Jomtje fängt an. Kann einer der beiden den Gewinn erzwingen?

### Aufgabe 4

Für eine positive ganze Zahl  $m > 1$  sei  $k(m)$  die kleinste positive ganze Zahl größer als 1, die ein Teiler von  $m$  ist; und wenn  $m = 1$  ist, sei  $k(m) = 1$ .

Zu einer rationalen Zahl  $z$  bestimmen wir eine Nachfolgerzahl  $f(z)$ . Dazu stellen wir  $z$  gekürzt als  $z = \frac{p}{q}$  dar, schreiben allerdings anders als sonst üblich ein eventuelles Minus in den Nenner. Es gilt dann also  $\text{ggT}(p, q) = 1$  und  $p \geq 0$ . Damit definieren wir

$$f(z) := \frac{p}{k(p) \cdot \left( p - k\left(\frac{p}{k(p)}\right) \cdot \frac{p}{k(p)} + 1 \right)}.$$

Sei schließlich eine positive ganze Startzahl  $a_0$  gegeben. Wir betrachten die Folge, die sich aus  $a_{n+1} := f(a_n)$  für  $n \geq 0$  ergibt.

Zeige, dass die Folge irgendwann konstant wird. Welchen Wert nimmt sie dann an, nach wie vielen Schritten ist das der Fall und wie oft wird zwischendurch ein negativer Wert angenommen?

---

**Einsendetermin ist der 15. Februar 2010**

Mathematisches Institut  
Mathematischer Korrespondenzirkel  
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

---

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>  
E-Mail : [zirkel@math.uni-goettingen.de](mailto:zirkel@math.uni-goettingen.de)  
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112