athematischer
orrespondenz-
zirkel

Mathematisches Institut
Georg-August-Universität
Göttingen

Aufgabenblatt 87 – Ferienblatt

Aufgabe 1

Wandertag! Felix ist etwas hinter Sebastian zurückgeblieben, holt nun aber auf. Zum Zeitpunkt t_0 merkt er sich die Position P_0 von Sebastian und zählt die Schritte, die er bis dorthin braucht. Das sind 60 Stück. Bei P_0 angekommen, merkt Felix sich erneut die dann aktuelle Position P_1 von Sebastian; bis zu ihr braucht er 50 Schritte.

Wie viele Schritte braucht Felix, vom Zeitpunkt t_0 an gerechnet, um Sebastian einzuholen?

Aufgabe 2

Jemand multipliziert $(2+\sqrt{3})^{2010}$ aus. Dabei erhält er eine Zahl der Form $a+b\cdot\sqrt{3}$ mit ganzzahligen a und b. Zeige: a und b sind teilerfremd.

Aufgabe 3

Eine Verallgemeinerung der ersten Aufgabe von Blatt 86:

Eine zweidimensionale Ebene werde regelmäßig mit gleichseitigen Dreiecken gepflastert. Auf die Felder werden Figuren gestellt.

Eine weitere Ebene werde regelmäßig mit Quadraten gepflastert. Ist es jetzt möglich (immerhin funktioniert das Färbeargument vom vorigen Blatt nicht mehr), die Figuren von der Dreiecksebene so auf die Quadratebene umzustellen, dass ehemalige „Nachbarn“ wieder „Nachbarn“ sind?

Aufgabe 4 (mit Experimentierteil)

Gegeben sei eine Folge reeller Zahlen mit 4 Startwerten a_1, a_2, a_3 und a_4, deren weitere Folgenglieder rekursiv durch

$$a_{n+4} = \frac{a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}}{4}$$

für $n \geq 1$ definiert sind.

Es darf angenommen werden, dass die Folge *konvergiert*, das heißt etwas anschaulich ausgedrückt, dass die Folgenglieder einem *Grenzwert* im Ganzen gesehen immer näher kommen. (Für eine genaue, streng mathematisch brauchbare Definition verweisen wir bei Interesse auf die Literatur, falls sie noch nicht aus der Oberstufe bekannt ist; für die Aufgabe sollte die anschauliche Beschreibung reichen.)

Man kann sich klarmachen, dass sich der Grenzwert g als Linearkombination

$$g = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3 + \lambda_4 a_4$$

darstellen lässt.

Aufgabe: Bestimme $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ und λ_4.

Für das Ferienblatt erweitern wir diese Aufgabe zu einer **Experimentieraufgabe** – mit einer ganz einfachen, offenen Aufgabenstellung:

Versuche, die Aufgabenstellung sinnvoll zu verallgemeinern und sie dann zu lösen. Der Fantasie sind dabei keine Grenzen gesetzt!

Einsendetermin ist der 9. August 2010

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112