Aufgabenblatt 88

Aufgabe 1

Beim Applaus im Theater stehen am Ende sechs Schauspieler auf der Bühne nebeneinander, jeder immer an derselben Stelle. Sie treten dazu aber einzeln auf. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge des Auftretens, wenn vermieden werden soll, dass es zwischen den bereits aufgetretenen Schauspielern eine Lücke gibt?

Aufgabe 2

Es gilt die hübsche Beziehung

$$88^2 = 7744.$$

Da drängt sich doch die Frage auf, ob es weitere Zahlen der Form $a \dots a$ mit $k \geq 2$ Ziffern gibt, deren Quadrat die Form $b \dots bc \dots c$ mit zwei Blöcken von k gleichen Ziffern hat.

Zeige, dass 88 die einzige Zahl im Dezimalsystem mit dieser Eigenschaft ist.

Zeige, dass es in jedem anderen Stellenwertsystem mit Basis größer oder gleich 5 mindestens eine Zahl mit dieser Eigenschaft gibt.

Aufgabe 3

Gegeben seien zwei Geraden g und h , die senkrecht zueinander in der Ebene liegen. Eine weitere Gerade ℓ werde so in der Ebene bewegt, dass es zwei auf ihr fixierte Punkte P und Q so gibt, dass sich P auf g und Q auf h bewegt.

Zeige, dass sich die übrigen Punkte von ℓ auf Ellipsenbahnen bewegen.

Aufgabe 4

Für welche Dreiecke mit den Seitenlängen a , b und c gibt es auch Dreiecke mit den Seitenlängen a^n , b^n und c^n für

a) $n = 2$

b) $n = 2, 3, 4, \dots?$

Einsendetermin ist der 20. September 2010

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de

Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112