

Aufgabenblatt 89

Aufgabe 1

Für welche ganzen Zahlen n ist

$$\frac{3n^2 - 3n - 6}{n^2 - 8n - 9}$$

eine ganze Zahl?

Aufgabe 2

Wie viele Zahlen kann eine Teilmenge von $\{1, 2, 3, \dots, 2010\}$ maximal enthalten, wenn in ihr keine Zahl doppelt so groß wie eine andere sein soll?

Aufgabe 3

In einer Raute $ABCD$ sind die Winkelvierteilenden der Innenwinkel eingezeichnet. Der Schnittpunkt der Winkelvierteilenden, die mit der Seite AB bei A bzw. bei B den Viertelwinkel einschließen, sei P . Die entsprechenden Schnittpunkte bezüglich der anderen Seiten seien (gegen den Uhrzeigersinn) bezeichnet mit Q , R und S .

Welche Gestalt hat das Viereck $PQRS$?

Aufgabe 4

Die Zahl 89 hat eine interessante Eigenschaft, die sie mit der Fibonacci-Folge in Verbindung bringt, abgesehen davon, dass sie selbst eine Fibonacci-Zahl ist:

Sei (F_n) die Fibonacci-Folge mit $F_1 = 0$, $F_2 = 1$, und für $i \geq 3$ sei $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$.

Man summiere dann die Fibonacci-Zahlen in einer bestimmten Weise auf, und zwar immer um eine weitere Stelle versetzt hinter dem Komma, das heißt so:

$$\begin{array}{r}
 S := 0, \\
 0 \\
 1 \\
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 5 \\
 8 \\
 13 \\
 21 \\
 34 \\
 55 \\
 89 \\
 \dots \\
 \text{also } S = 0,0112359550\dots
 \end{array}$$

Dann gilt – behaupten wir –

$$S = \frac{1}{89}.$$

Zeige, dass das stimmt! (Tipp: Bilde die Summe $10S + S$.)

Kannst du dieses Prinzip verallgemeinern?

Einsendetermin ist der 1. November 2010

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de

Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112