

## Aufgabenblatt 94

### Aufgabe 1

Auf dem Tisch liegen sieben zweifarbige Spielchips. Zu Beginn liegt bei allen Chips die rote Seite oben. Durch endlich viele Spielzüge soll am Ende bei allen Chips die grüne Seite oben liegen.

- In der ersten Variante des Spiels darf man in jedem Spielzug vier beliebige Chips umdrehen.
- In der zweiten Spielvariante darf man in jedem Spielzug fünf beliebige Chips umdrehen.

Bei welcher Variante kann man das Spielziel erreichen, und wenn ja, wie?

### Aufgabe 2

Häuptling Rechnetschnellwiederwind reitet mit seinem Wildpferd Springtwieeineprimzahl durch die weiten Steppen der euklidischen Ebene. Sie starten jeweils auf dem Punkt  $(0, 0)$  und springen auf den Punkten mit nichtnegativen ganzzahligen Koordinaten umher.

Wie der Name von Springtwieeineprimzahl schon verrät, wird dabei in Ost-West-Richtung ( $x$ -Richtung)  $p$  Felder und in Nord-Süd-Richtung ( $y$ -Richtung)  $q$  Felder weit gesprungen, wobei  $p$  und  $q$  Primzahlen sein müssen. Außerdem darf jede Primzahl nur ein einziges Mal verwendet werden.

- Bestimme für alle Punkte  $(x, y)$  mit  $0 \leq x, y \leq 10$ , wie viele Sprünge Rechnetschnellwiederwind und Springtwieeineprimzahl minimal brauchen, um vom Startpunkt aus dorthin zu gelangen.  
*Hinweis:* Zwischendurch dürfen die beiden natürlich auch Punkte mit Koordinaten größer als 10 anspringen.
- Insbesondere: Wie viele Züge brauchen die beiden minimal, um wieder auf ihrem Ausgangspunkt  $(0, 0)$  zu landen?

### Aufgabe 3

Wir betrachten einen „Pythagorasbaum“ zu einem gleichschenkligen Dreieck. Auf ein Quadrat von 1 Meter Seitenlänge als Stamm wird ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck mit seiner Hypotenuse aufgesetzt, dann werden die beiden Kathetenquadrate gezeichnet; und weiter wird beliebig oft ein Wachstumsschritt ausgeführt: Auf jedes im letzten Schritt gezeichnete Quadrat wird wieder ein gleich-

schenkliges rechtwinkliges Dreieck aufgesetzt und seine beiden Kathetenquadrate gezeichnet.

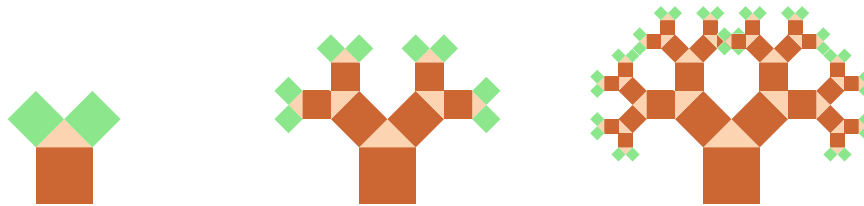


Abbildung 1: Der Baum nach 1, 3 bzw. 5 Schritten

- Wie hoch ist dieser Baum, wenn wir das Verfahren unendlich oft durchführen?
- Kommt einer der Äste dem Erdboden (d. h. der verlängerten Grundlinie des ersten Quadrates) näher als 5 cm?

#### Aufgabe 4

Eine natürliche Zahl heiße *bescheiden*, wenn ihre Dezimaldarstellung aus höchstens zwei verschiedenen Ziffern besteht.

Sei  $k \geq 3$ . Sei  $x_k$  der Anteil der durch 5 teilbaren Zahlen in allen  $k$ -stelligen Zahlen. Sei weiter  $y_k$  der Anteil der durch 5 teilbaren Zahlen in allen bescheidenen  $k$ -stelligen Zahlen.

Zeige, dass stets  $x_k > y_k$  gilt.

---

**Einsendetermin ist der 27. Juni 2011**

Mathematisches Institut  
Mathematischer Korrespondenzzirkel  
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

---

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>

E-Mail : [zirkel@math.uni-goettingen.de](mailto:zirkel@math.uni-goettingen.de)

Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112