

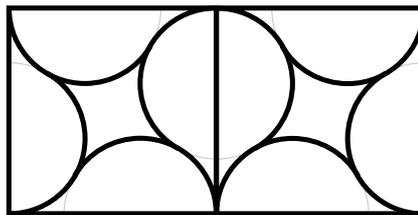
Aufgabenblatt 98

Aufgabe 1

Finde vier paarweise verschiedene positive ganze Zahlen a, b, c, d so, dass $a + b + c$, $a + b + d$, $a + c + d$ und $b + c + d$ alles Quadratzahlen sind. Gibt es unendlich viele solche Quadrupel (a, b, c, d) ?

Aufgabe 2

Ein gotisches Fries-Muster (gesehen im Überlinger Münster; etwas vereinfacht) hat die folgende Struktur:



Die Kreisbogenabschnitte liegen auf Halbkreisbögen (hier zur Deutlichkeit noch grau ausgeführt) und berühren einander tangential.

Wenn die Quadrate jeweils Seitenlänge 1 haben, welchen Flächeninhalt hat dann jeweils der vierstrahlige Stern in der Mitte?

Aufgabe 3

Das Weihnachtsteam, bestehend aus dem Weihnachtsmann, dem Christkind und Knecht Ruprecht, kann jedes Jahr ein paar wenige Kinder ganz besonders beschenken. Sie haben eine Liste von Kindern, die von 1 bis 1 Million durchnummeriert sind.

Der Weihnachtsmann macht am 24. Dezember seine Runde; er will alle Kinder besonders beachten, deren Zahl durch 24 teilbar ist und gleichzeitig genau 24 Teiler hat.

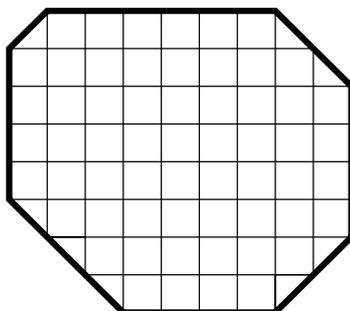
Das Christkind ist einen Tag später dran und wählt entsprechend alle Kinder, deren Nummer durch 25 teilbar ist und genau 25 Teiler hat.

Knecht Ruprecht verfährt ebenso mit der Zahl 26.

Wer beschenkt wie viele Kinder in besonderer Weise?

Aufgabe 4

Auf Kästchenpapier kann man hübsche Achtecke zeichnen, die konvex sind, ganzzahligen Flächeninhalt haben (in Kästchen gemessen) und bei denen alle Kanten entlang von Kästchenkanten oder Kästchendiagonalen verlaufen. Hier ist ein solches Beispielachteck:



Zeige, dass es eine maximale ganze Zahl M gibt, die NICHT Flächeninhalt eines solchen hübschen Achtecks sein kann. (Das heißt, dass alle ganzen Zahlen, die größer als M sind, als Flächeninhalt von einem hübschen Achteck vorkommen.) Finde M .

Einsendetermin ist der 19. Dezember 2011

Mathematisches Institut
Mathematischer Korrespondenzzirkel
Bunsenstraße 3–5, 37073 Göttingen

Internet : <http://www.math.uni-goettingen.de/zirkel>
E-Mail : zirkel@math.uni-goettingen.de
Telefon : (0551) 379 51 02 oder (0551) 300 112